



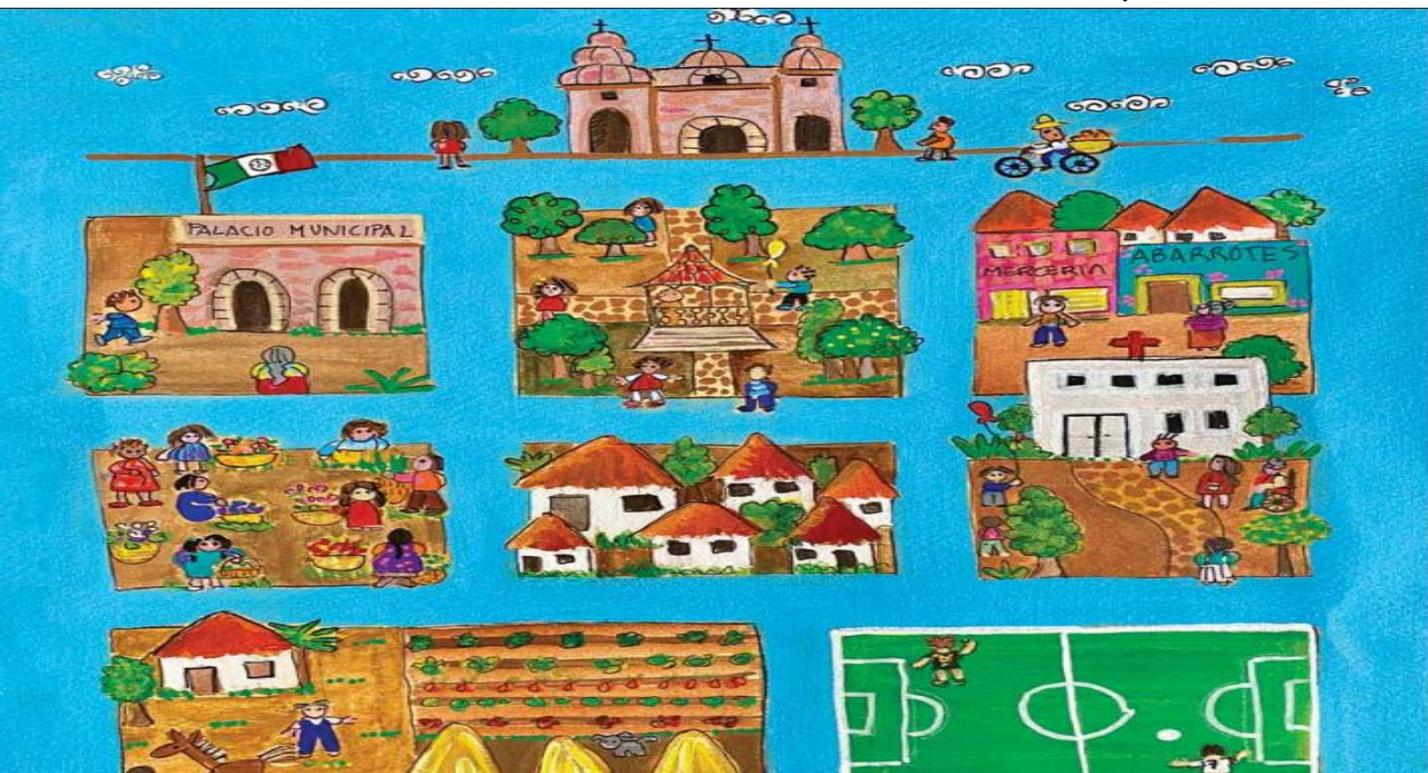
GOBIERNO DEL ESTADO DE
BAJA CALIFORNIA SUR



BAJA CALIFORNIA SUR
INSTITUTO ESTATAL DE EDUCACIÓN PARA ADULTOS

PENSAMIENTO MATEMÁTICO 2

Modelo de Educación para la Vida,
Aprende!NEA



GUÍA DE APRENDIZAJE

DIRECCIÓN DE SERVICIOS EDUCATIVOS

IEEA. BCS

ELABORÓ: DANIEL EDUARDO CATAÑO ROMERO

Diciembre 2024

Propósito

El propósito de esta guía de pensamiento matemático 2 es proporcionar a los educandos una comprensión integral de los conceptos fundamentales de los números racionales y sus propiedades, operaciones matemáticas básicas, las figuras geométricas considerando la propiedad del área y perímetro, la representación graficas del espacio es croquis planos y mapas, así como las medidas de tendencia central y dispersión, aplicados tanto en la vida cotidiana como en contextos académicos.

Esta guía se elaboró en el área de formación de la Dirección General de IEEA Baja California Sur.

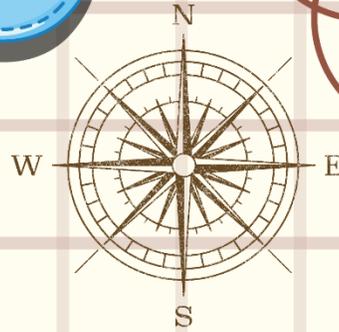
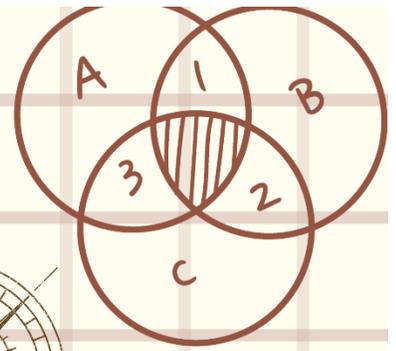
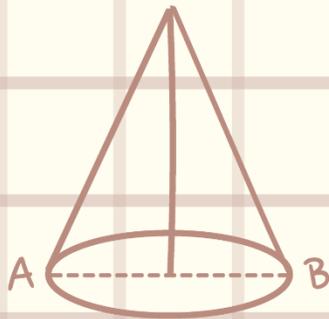
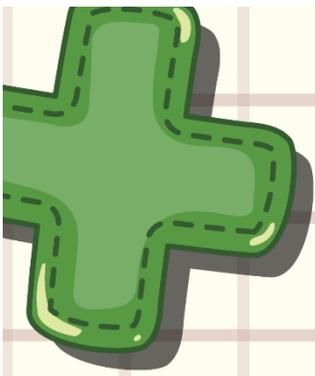
Las matemáticas son el gimnasio de la mente, donde fortalecemos nuestras habilidades de pensamiento y razonamiento.



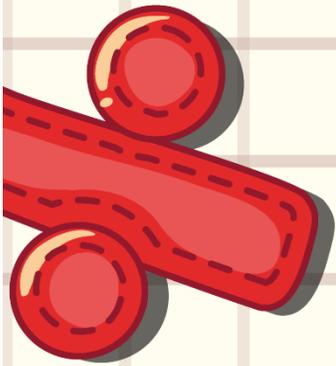
Índice

Secuencia 1: Los números racionales y sus propiedades	2
Tema 1. Los números racionales	2
Tema 2. Lectura y escritura de fracciones	3
Tema 3. Fracciones propias, impropias y mixtas	4
Tema 4. Comparación de fracciones	5
Tema 5. Fracciones decimales	6
Tema 6. Números fraccionarios y números decimales	7
Tema 7. Comparación de fracciones con números decimales	9
Secuencia 2: Suma y resta con fracciones y decimales positivos	12
Tema 1. Suma de fracciones con igual denominador	12
Tema 2. Resta de fracciones con igual denominador	12
Tema 3. Sumas y restas con fracciones de distinto denominador	12
Tema 4. Conversión de fracciones mixtas en fracciones impropias	14
Tema 5. Conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa	14
Tema 6. Propiedades de la suma y la resta con números decimales	15
Secuencia 3: Multiplicación y división con fracciones y decimales positivos	17
Tema 1. Multiplicación y división de fracciones	17
Tema 2. Conversión de fracciones decimales a números decimales	18
Tema 3. Multiplicación y división de números decimales	18
Secuencia 4: Proporcionalidad directa e inversa	21
Tema 1. Las razones y problemas asociados a ellas	21
Tema 2. Proporcionalidad directa	22
Tema 3. La regla de tres y su aplicación	22
Tema 4. Proporcionalidad inversa	23
Secuencia 5: Croquis, planos y mapas para conocer ubicaciones	25
Tema 1. Representaciones gráficas del espacio	25
Tema 2. El croquis	26
Tema 3. El plano y sus elementos	27
Tema 4. Los mapas: elementos y simbología	28
Tema 5. Diseño de mapas sencillos	31
Secuencia 6: Perímetro y área del cuadrado y del rectángulo	33
Tema 1. Cálculo de perímetro del cuadrado y del rectángulo	33
Tema 2. Área del cuadrado y del rectángulo	34
Secuencia 7: Perímetro y área del triángulo y del círculo	36

Tema 1. Cálculo del perímetro de triángulos	36
Tema 2. Cálculo del perímetro de círculos	38
Tema 3. Cálculo del área del triángulo.....	38
Tema 4. Cálculo del área del círculo.....	39
Secuencia 8: Sucesiones de números o figuras aritméticas y geométricas	41
Tema 1. Sucesión de números o figuras.....	41
Tema 2. Progresiones aritmética y geométrica	42
Tema 3. Estrategias para completar las progresiones aritméticas y geométricas	42
Secuencia 9: Gráficas circulares	47
Tema 1. El gráfico estadístico y los elementos que lo conforman	47
Tema 2. Las gráficas circulares y sus características.....	49
Tema 3. Recolección y descripción de gráficas circulares.....	50
Secuencia 10: Medidas de tendencia central: la media aritmética	53
Tema 1. Medidas de tendencia central.....	53
Tema 2. El promedio o media aritmética	53
Secuencia 11: Medidas de tendencia central: la mediana y la moda	55
Tema 1. La mediana de un conjunto de datos	55
Tema 2. La moda de un conjunto de datos.....	55
Secuencia 12: Medidas de dispersión: rango y desviación media.....	58
Tema 1. Las medidas de dispersión	58
Tema 2. El rango	58
Tema 3. La desviación media	59
Formativa.....	61

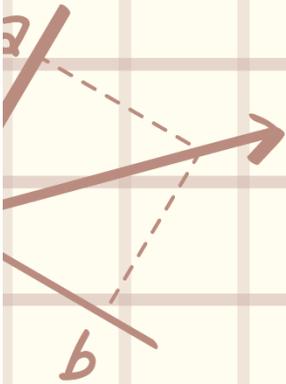


$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

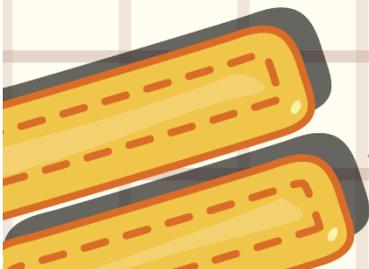


LOS NÚMEROS RACIONALES Y SUS PROPIEDADES

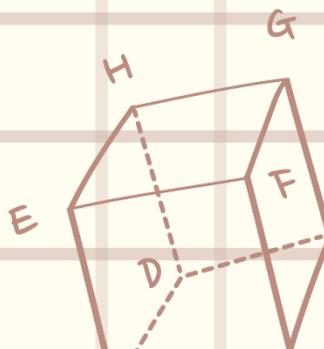
Propósito: Estudiarás los números racionales y sus propiedades ya que, en ocasiones, se hacen cuentas de objetos que no están completos, y es ahí donde se utiliza este tipo de números, que reconocerás con los temas y actividades a desarrollar.



$$6 = \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$



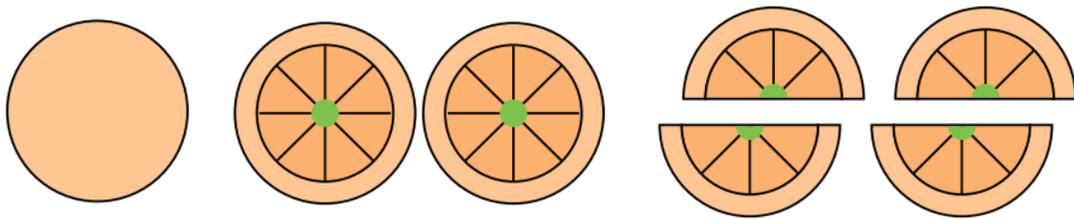
$$a(b \times c)$$

a

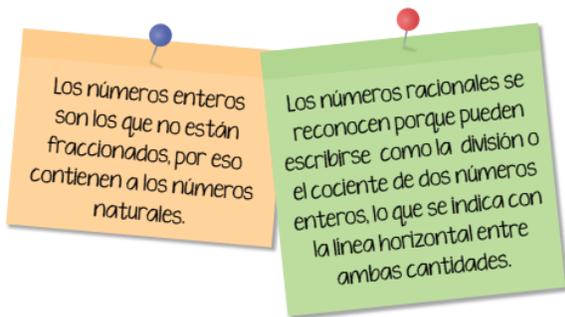
Secuencia 1: Los números racionales y sus propiedades

Tema 1. Los números racionales

Los números naturales son los primeros que se inventaron y sirven para contar objetos enteros; pero a veces se tiene la necesidad de hacer un recuento y operaciones sobre objetos enteros y partes sueltas, como un pollo y medio, tres cuartos de crema en la tienda o algún objeto dividido en dos o más partes.



Ya conoces los números naturales; en este módulo trabajarás con los números racionales y conocerás cuáles son los números irracionales.



Recuerda que en una división el número de arriba se llama dividendo, mientras que el de abajo recibe el nombre de divisor.

$$\begin{array}{l} \text{dividendo} \rightarrow \frac{1}{2} = 1 \div 2 \\ \text{divisor} \rightarrow 2 \end{array}$$

En cuanto a las fracciones con cero, depende de su ubicación: si el cero está en la posición del numerador, la fracción sí representa un número racional porque indica la división de cero entre un número, en este caso el 16. En cambio, si el cero está en la posición del denominador, la fracción no es un número racional porque la división de cualquier número entre cero no puede hacerse.

La división **SÍ** puede hacerse y el resultado es 0.

$\frac{0}{16}$

$\frac{16}{0}$

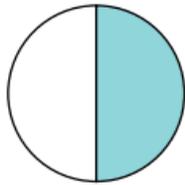
La división **NO** puede hacerse, la calculadora marcará **ERROR.**

Tema 2. Lectura y escritura de fracciones

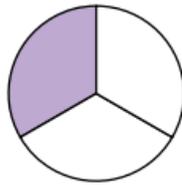
Aunque las partes de una fracción pueden nombrarse también como las partes de una división, cuando estés realizando operaciones con ellas es mejor nombrarlas de esta forma:

$$\frac{\text{Numerador (dividendo)}}{\text{Denominador (divisor)}} = \frac{5}{6}$$

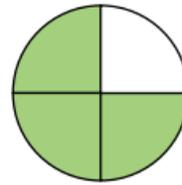
Cuando se lee un número racional expresado como fracción, el numerador se menciona tal cual, mientras que el denominador se dice de la siguiente forma:



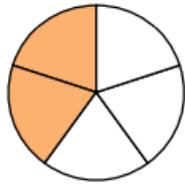
$\frac{1}{2}$ un medio



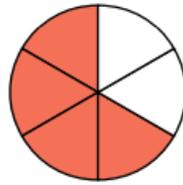
$\frac{1}{3}$ un tercio



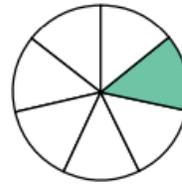
$\frac{3}{4}$ tres cuartos



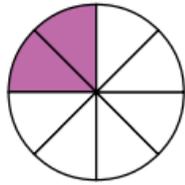
$\frac{2}{5}$ dos quintos



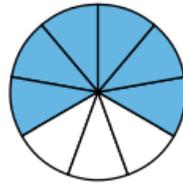
$\frac{4}{6}$ cuatro sextos



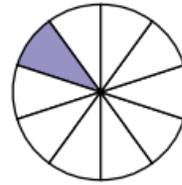
$\frac{1}{7}$ un séptimo



$\frac{2}{8}$ dos octavos



$\frac{6}{9}$ seis novenos



$\frac{1}{10}$ un décimo

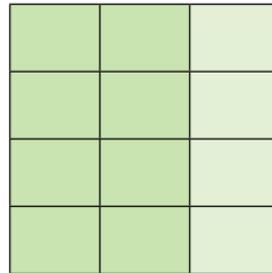
Para los denominadores mayores a 10, se agrega la terminación "-avos" al nombre del número, de modo que para el 11 se dice onceavos; para el 12, doceavos; para el 13, treceavos; para el 14, catorceavos, y así sucesivamente.

Tema 3. Fracciones propias, impropias y mixtas

Las fracciones pueden ser propias, impropias y mixtas, dependiendo del valor de sus componentes.

Las fracciones propias son aquellas cuyo numerador es menor que su denominador.

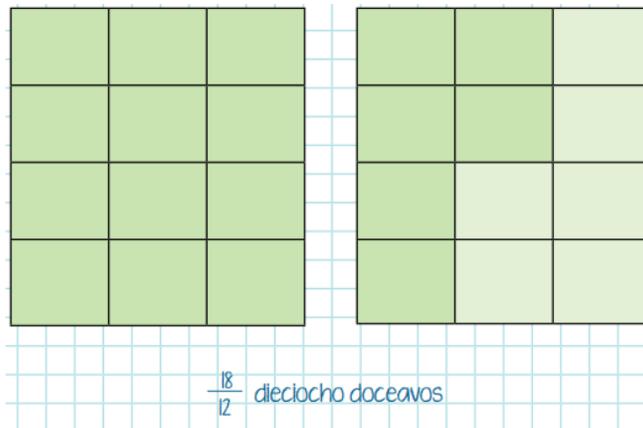
Observa el siguiente ejemplo: Si una pieza de tela se divide en 12 partes iguales, y de ellas se toman 8, quedaría de esta forma:



$\frac{8}{12}$ ocho doceavos

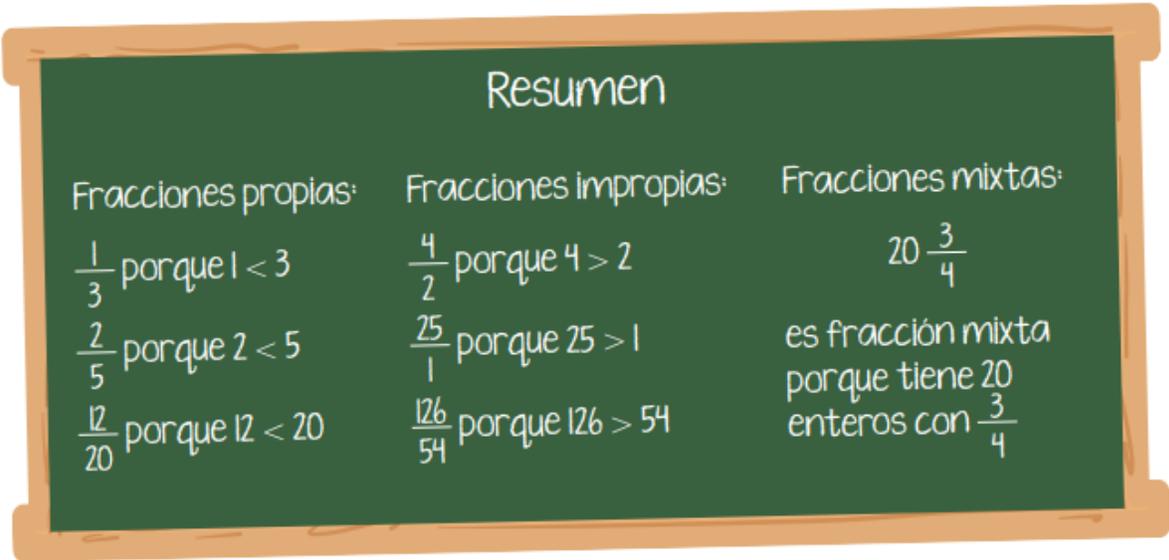
En las fracciones impropias sucede lo contrario: el numerador siempre es mayor al denominador.

Si se tienen dos trozos de tela divididos en doce partes iguales, de los cuales se toman 18, como se muestra en la imagen, estamos hablando de una fracción impropia.



$\frac{18}{12}$ dieciocho doceavos

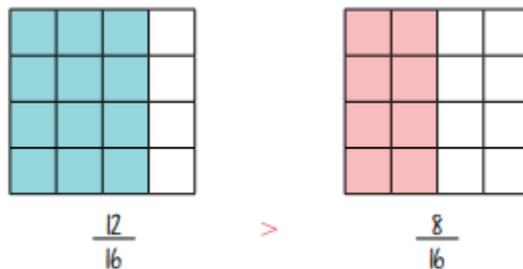
Las fracciones mixtas tienen una parte entera y otra fraccionaria. Por lo tanto, su valor también es mayor a 1.



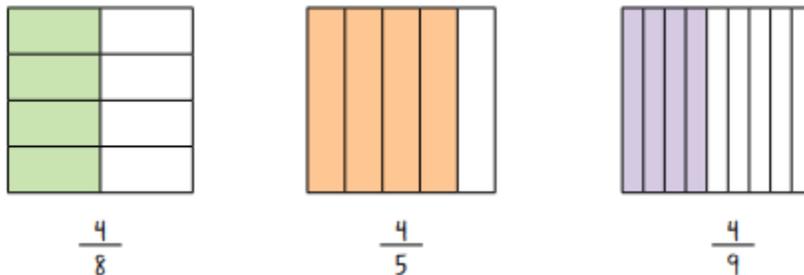
Tema 4. Comparación de fracciones

En ocasiones puede ser confuso saber si una fracción es menor o mayor a otra. Si tienes dudas, puedes hacer lo siguiente.

Dibujarlas y comparar los dibujos.

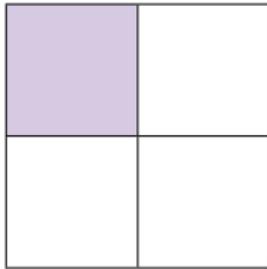


Si tienen el mismo numerador, es mayor la fracción que tiene el menor denominador.

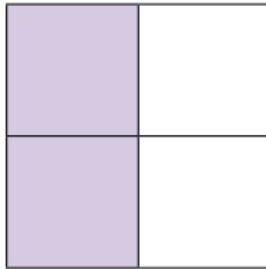


$\frac{4}{8}$ y $\frac{4}{9}$ son menores que $\frac{4}{5}$

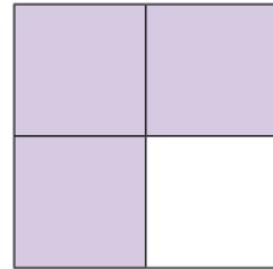
En fracciones con igual denominador, es mayor la que tiene el numerador mayor.



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}$ es mayor que $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{4}$

Tema 5. Fracciones decimales

Las fracciones que tienen por denominador una potencia de 10, es decir, 10, 100, 1 000, 10 000, entre otras, se llaman fracciones decimales. Estas fracciones indican la división de un número (numerador) entre el 10 o sus potencias (denominador):

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{85}{1000}$	$\frac{45}{10000}$
$1 \div 10$	$1 \div 100$	$85 \div 1000$	$45 \div 10000$

Se utilizan también para escribir las medidas del sistema métrico decimal en fracciones:

1 metro está formado por 10 decímetros.

Es decir, cada decímetro es una parte de las 10 que componen el metro.

Por lo tanto, un decímetro es igual a un décimo de metro. Esto se expresa así:

$$\frac{1}{10}$$

1 metro está formado por 100 centímetros.

Es decir, se divide el metro en 100 partes y cada una de ellas es un centímetro.

Entonces, un centímetro es igual a un centésimo de metro:

$$\frac{1}{100}$$

1 metro está formado por 1 000 milímetros.

Es decir, se divide el metro en 1 000 partes y cada una de ellas es un milímetro.

De modo que un milímetro es igual a un milésimo de metro: 0.001:

$$\frac{1}{1000}$$

Ordena las fracciones de menor a mayor anotando la fracción más pequeña en la primera línea y así sucesivamente.

$$\frac{4}{10\,000}$$

$$\frac{1}{100}$$

$$\frac{4}{1\,000}$$

$$\frac{4}{100}$$

<

<

<

Tema 6. Números fraccionarios y números decimales

Hasta ahora se han visto los números racionales como fracciones, es decir, expresados como una división. Pero hay otra forma de plantearlos, que puede entenderse como el resultado o cociente de dicha división.

Nota: Recuerda que no todas las divisiones dan como resultado un número entero; la mayoría de ellas son inexactas

Entonces, los números decimales son aquellos que tienen una parte entera y una parte decimal, separadas por un punto.

1.25
Tiene una parte entera, que es igual a 1 porque ese número está del lado izquierdo del punto.
Tiene una parte decimal formada por 25, porque ese número está del lado derecho del punto decimal.

0.5
Su parte entera es igual a 0. Es decir, es menos de un entero. Su parte decimal está formada por el número 5.

40.004
Su parte entera es igual a 40.
Su parte decimal es 004.

Para leer los números decimales se dice el número tal cual, más el nombre de la posición ocupada más alejada hacia la derecha:

0.1	Un décimo
0.01	Un centésimo
0.001	Un milésimo
0.0001	Un diezmilésimo
0.34	Treinta y cuatro centésimos
0.125	Ciento veinticinco milésimos
0.8572	Ocho mil quinientos setenta y dos diezmilésimos

Haz las siguientes divisiones

$$\frac{4}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{5}{1000} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{9}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$$

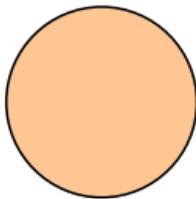
$$\frac{10}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{14}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$$

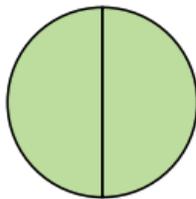
$$\frac{15}{20} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Tema 7. Comparación de fracciones con números decimales

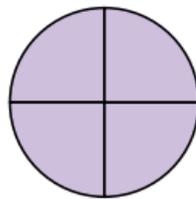
Las imágenes que se presentan se abordan la equivalencia entre fracciones y el resultado de su división. Si se selecciona todo el entero:



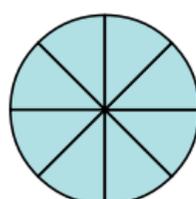
1 entero
 $\frac{1}{1}$



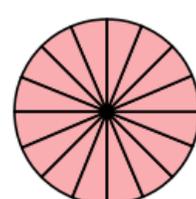
2 medios
 $\frac{2}{2} = 1$



4 cuartos
 $\frac{4}{4} = 1$



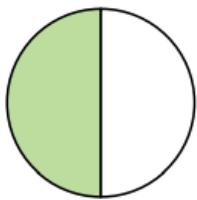
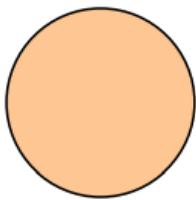
8 octavos
 $\frac{8}{8} = 1$



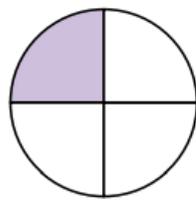
16 dieciseisavos
 $\frac{16}{16} = 1$

Si

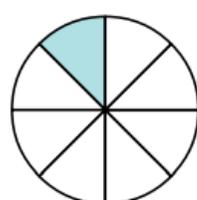
solo se selecciona una parte:



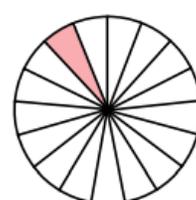
$$\frac{1}{2} = 0.5$$



$$\frac{1}{4} = 0.25$$

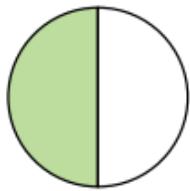


$$\frac{1}{8} = 0.125$$



$$\frac{1}{16} = 0.0625$$

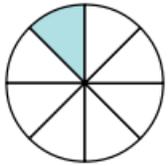
Si se divide un entero en dos partes, cada parte es una mitad. Cada mitad puede expresarse como $\frac{1}{2}$ o 0.5. Si se suman las dos partes, el resultado es otra vez 1, porque se obtiene otra vez el entero.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

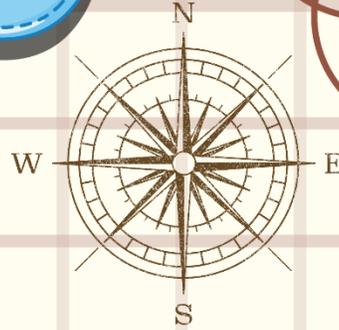
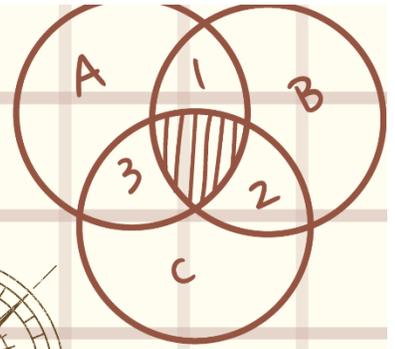
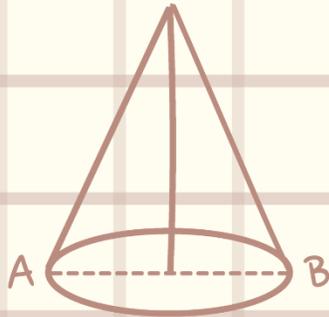
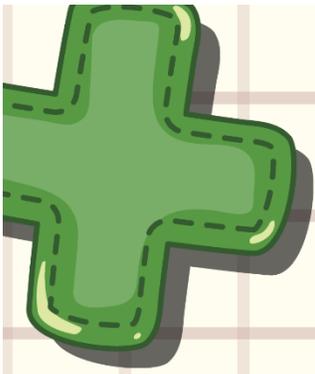
$$0.5 + 0.5 = 1$$

Un octavo de entero puede expresarse como $\frac{1}{8}$ o 0.125. Si se suman las partes: el resultado es 1 porque se obtiene otra vez el entero.

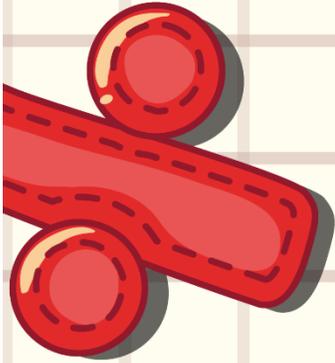


$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

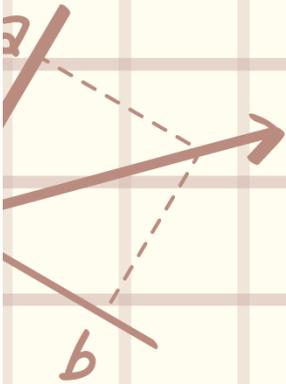
$$0.125 + 0.125 + 0.125 + 0.125 + 0.125 + 0.125 + 0.125 + 0.125 = 1$$



$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

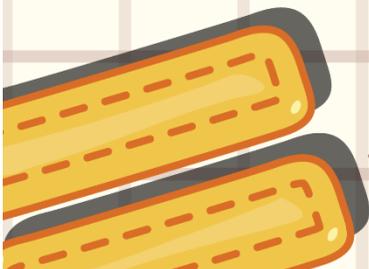


SUMA Y RESTA CON FRACCIONES Y DECIMALES POSITIVOS

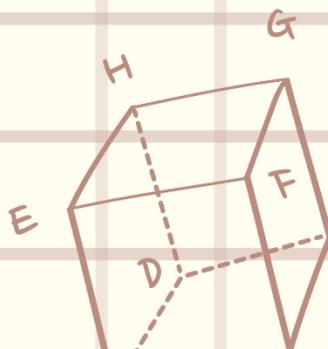


Propósito: Identificas los números racionales tanto en fracciones como en decimales, en esta secuencia practicarás las sumas y restas con estos números.

$$6 = \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

a

Secuencia 2: Suma y resta con fracciones y decimales positivos

Tema 1. Suma de fracciones con igual denominador.

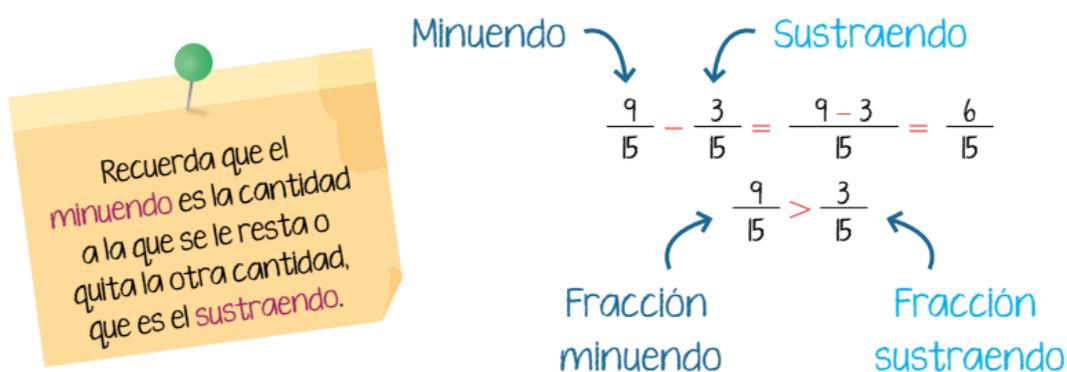
Para sumar fracciones con el mismo denominador, se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador. Esta suma directa solo puede hacerse si dos o más fracciones tienen el mismo denominador.

$$\frac{1}{7} + \frac{5}{7} = \frac{1+5}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+5+4}{9} = \frac{11}{9}$$

Tema 2. Resta de fracciones con igual denominador

Como ocurre en la suma, para restar fracciones con el mismo denominador se restan los numeradores y se escribe el mismo denominador. Esta resta directa solo puede hacerse si dos o más fracciones tienen el mismo denominador. Por ahora, solo practicarás la resta cuando la fracción minuendo es mayor que la fracción sustraendo. Para resolverla, basta con restar sus numeradores y después colocar al resultado el mismo denominador.



Recuerda que el **minuendo** es la cantidad a la que se le resta o quita la otra cantidad, que es el **sustraendo**.

Minuendo $\frac{9}{15}$ Sustraendo $\frac{3}{15}$

$$\frac{9}{15} - \frac{3}{15} = \frac{9-3}{15} = \frac{6}{15}$$

Fracción minuendo $\frac{9}{15} > \frac{3}{15}$ Fracción sustraendo

Tema 3. Sumas y restas con fracciones de distinto denominador

Para resolver operaciones de suma y resta de fracciones con distinto denominador, se sigue un procedimiento diferente: es necesario encontrar primero un mismo denominador para las fracciones que se están sumando. Por ejemplo, para esta suma:

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{3}{5} =$$

Para resolver una suma o resta de fracciones con distinto denominador, primero es necesario encontrar fracciones equivalentes. Esto se hace calculando el mínimo común múltiplo de los denominadores. En el ejemplo:

Se calculan los factores primos de los denominadores. Para buscar el m.c.m. de los denominadores 15, 20 y 5, se empieza por escribirlos en un mismo renglón y trazar una línea recta vertical del lado derecho.

15	20	5		2
----	----	---	--	---

Después, se revisa si los denominadores son divisibles entre los números primos, comenzando por el menor, que es el 2. Después se ve si alguno de los denominadores se puede dividir de forma exacta entre el siguiente número primo, que es el 3 y así sucesivamente.

15	20	5		2
15	10	5		2
15	5	5		3
5	5	5		5
1	1	1		

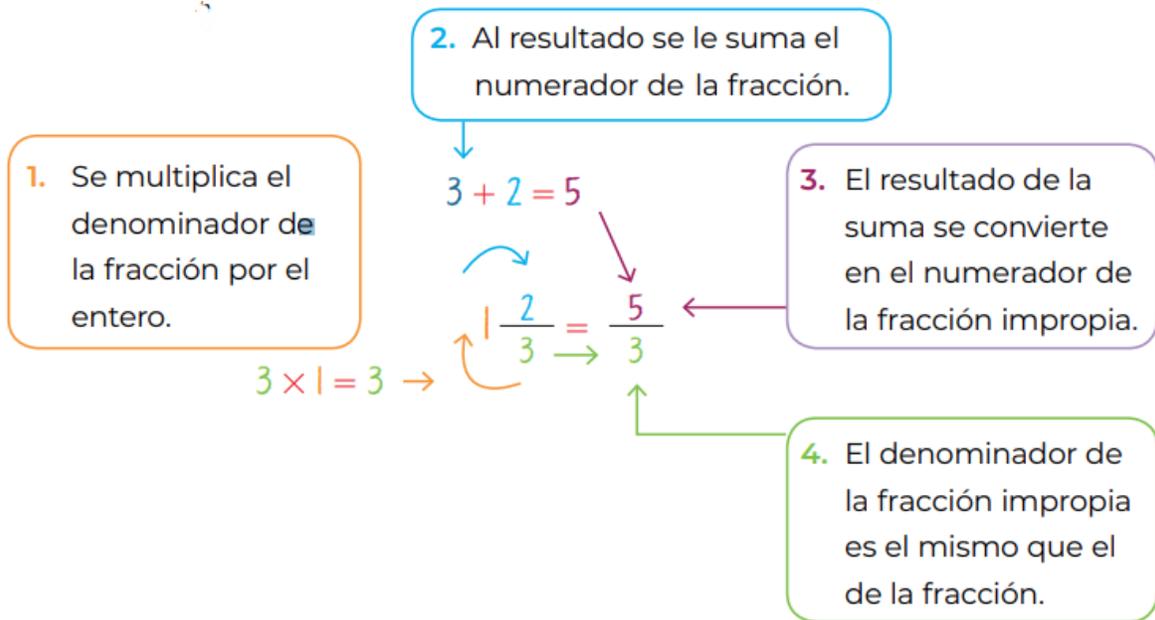
Cuando hasta abajo de cada columna del lado izquierdo de la línea se tienen solo números 1, el cálculo de los factores primos ha terminado. Solo resta encontrar el m.c.m., para lo cual multiplicamos entre sí los factores primos que se encontraron. En este caso:

m.c.m. = 2 x 2 x 3 x 5 = 60

Ahora buscamos que fracción equivalente para eso el denominador común se divide entre cada denominador y el resultado de cada división se multiplica por su numerador.

Tema 4. Conversión de fracciones mixtas en fracciones impropias

Cuando se tiene una fracción mixta y se desea convertirla en fracción impropia, se sigue el siguiente procedimiento. Por ejemplo, para la fracción: $1\frac{2}{3}$



Tema 5. Conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa

Para convertir un número fraccionario en decimal, basta con dividir el numerador entre el denominador.

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0.5$$

$$\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2.25$$

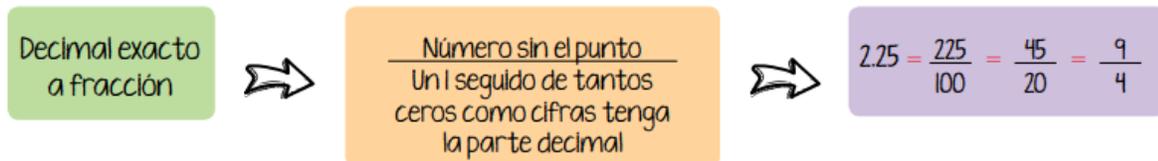
$$\frac{5}{7} = 5 \div 7 = 0.714285714285$$

$$\frac{2}{3} = 2 \div 3 = 0.666666$$

$$\frac{17}{15} = 17 \div 15 = 1.133333$$

Para el caso contrario, es decir, para convertir números decimales a fraccionarios, se tienen tres situaciones:

- ✓ Cuando el decimal es exacto (2.25).
- ✓ Cuando el decimal es periódico puro (0.66666666).
- ✓ Cuando el decimal es periódico mixto (1.133333).

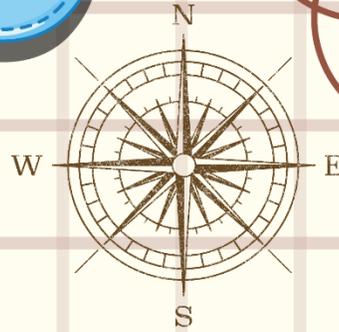
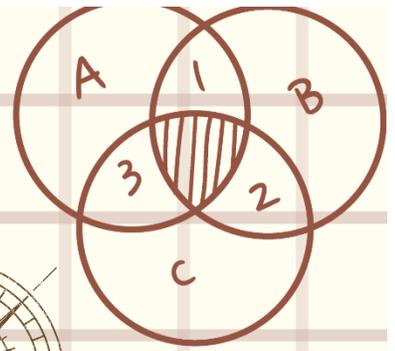
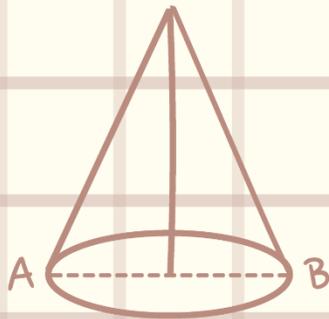
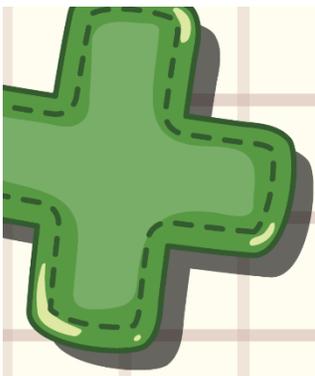


Tema 6. Propiedades de la suma y la resta con números decimales

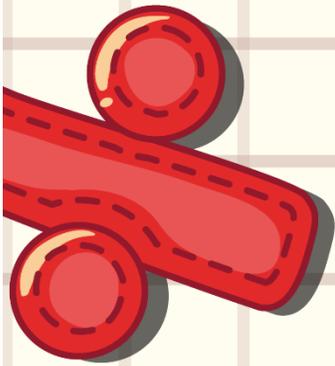
Estas operaciones tienen las mismas propiedades y se hacen de la misma forma en que se suman y restan los números naturales, columna por columna y de derecha a izquierda.

$$\begin{array}{r}
 0.2546 \\
 + 1.5092 \\
 \hline
 1.7638
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6.0189 \\
 - 5.6700 \\
 \hline
 0.3489
 \end{array}$$

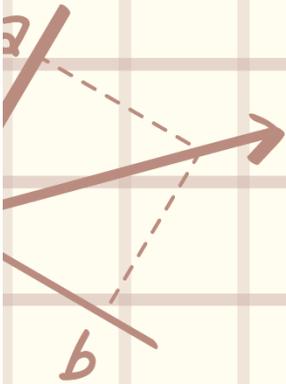
El punto decimal se coloca en el resultado en la misma posición que tiene en las dos cifras.



$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

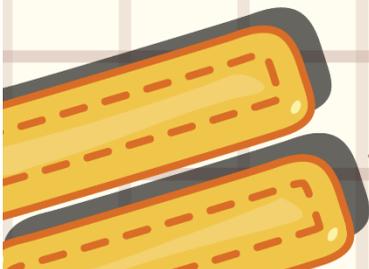


MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN CON FRACCIONES Y DECIMALES POSITIVOS

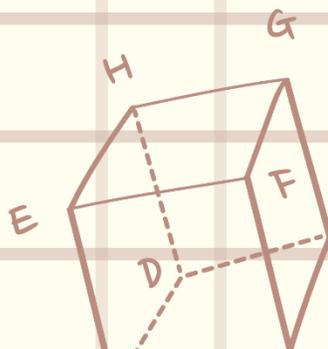


Propósito: Reconocerás y practicarás las multiplicaciones y divisiones con fracciones, fracciones decimales y números decimales positivos.

$$6 = \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

a

Secuencia 3: Multiplicación y división con fracciones y decimales positivos

Tema 1. Multiplicación y división de fracciones

Para resolver operaciones de multiplicación y división de fracciones, a diferencia de la suma y la resta, no importa si los denominadores son iguales o distintos.

Para la multiplicación se sigue este procedimiento:

Se multiplica el numerador por el numerador y el denominador por el denominador.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Si es posible, se simplifica el producto. En este caso sí es posible porque numerador y denominador pueden dividirse entre 2.

Para resolver las divisiones se utiliza el método de productos cruzados.

Para resolver:

$$\frac{4}{3} \div \frac{6}{1} =$$

$\frac{4}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{4 \times 1}{3 \times 6} = \frac{4}{18}$

El numerador del cociente se obtiene de multiplicar el numerador del dividendo por el denominador del divisor.

El denominador del cociente se obtiene de multiplicar el denominador del dividendo por el numerador del divisor.

Se simplifica cuando es posible. En este caso se puede porque ambas cantidades son divisibles entre 2:

$$\frac{4}{3} \div \frac{6}{1} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

En la división tampoco importa si los denominadores son iguales o diferentes.

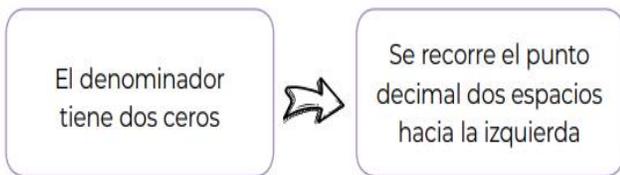
Nota: Recuerda que para simplificar hay que dividir el numerador y el denominador entre el mismo número sin que haya residuo.

Tema 2. Conversión de fracciones decimales a números decimales

Dividir el numerador entre el denominador de una fracción decimal es convertirla en un número decimal. A continuación, verás un método para hacerlo.

Ejemplo 1

$$\frac{451}{100} = 4.51$$



Conversión de fracciones decimales a números decimales

$$\frac{68}{1000} = 0.068$$

Tres ceros

Tres lugares hacia la izquierda

El punto decimal se recorrió tres lugares hacia la izquierda.

$$\frac{10}{1000} = 0.01 \Rightarrow 10.$$

1. El primer lugar para recorrerse fue el cero.

$$\Rightarrow 1.0$$

2. El segundo lugar que se recorrió fue el uno.

$$\Rightarrow .10$$

3. Faltaba recorrer el punto un espacio más, pero ya no había números. Cuando esto sucede, se agrega un cero hacia la izquierda **antes del punto decimal**, y se recorre otra vez.

$$\Rightarrow 0.010$$

Tema 3. Multiplicación y división de números decimales

La multiplicación y división de números decimales tienen las mismas propiedades y se hacen de la misma forma en que se multiplican y se dividen los números naturales, pero se da un tratamiento particular, en cada caso, al punto decimal.

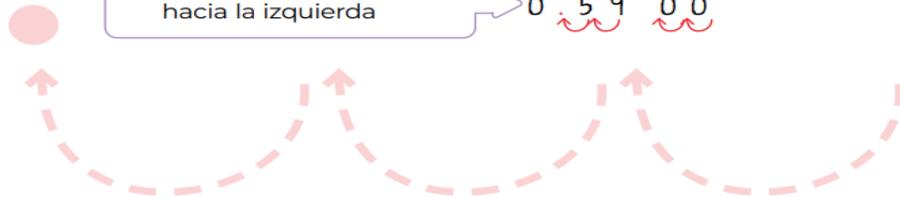
Se sigue el proceso que ya conoces, sin considerar el punto decimal y, al final, se coloca en el resultado, de acuerdo con el esquema siguiente:

Para colocar el punto decimal en el producto

1. Se cuentan las cifras decimales que tienen los factores (en este caso son cuatro, dos en cada factor).

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ \times 2.36 \\ \hline 150 \\ 075 \\ 050 \\ \hline 0.5900 \end{array}$$

2. El punto decimal se recorre cuatro espacios hacia la izquierda

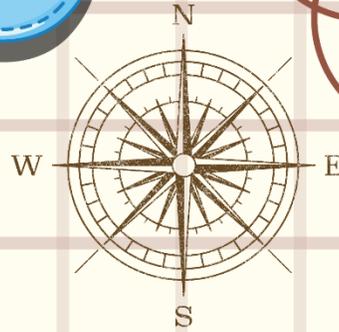
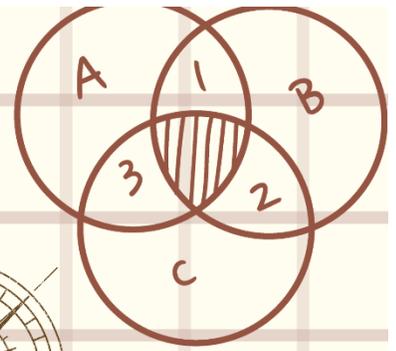
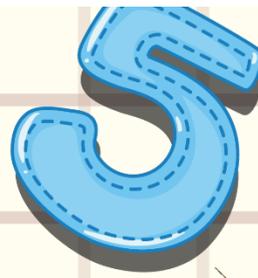
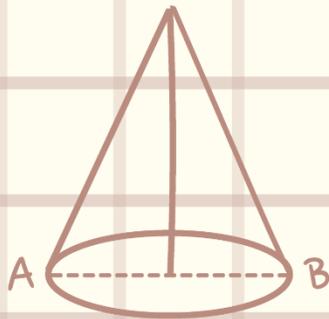
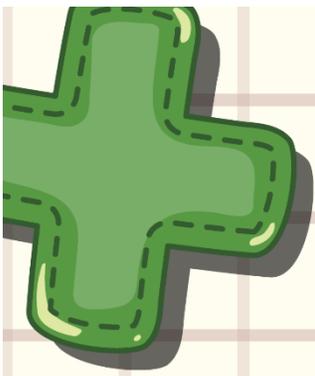


En la división con punto decimal se dan dos casos:

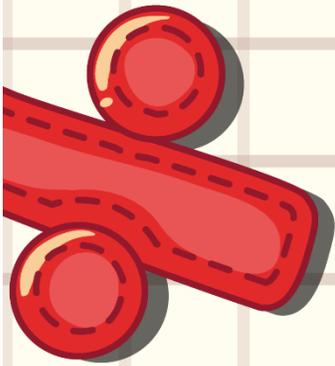
Cuando el divisor no tiene decimales la división se hace de forma directa: se sube el punto decimal al cociente en la misma posición.

$$\begin{array}{r} 1.56 \\ 18 \overline{) 28.08} \\ \underline{10} \\ 108 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

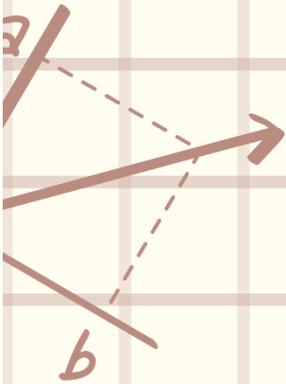
Cuando el divisor sí tiene decimales es necesario transformarlo de número decimal a número natural, lo cual se puede hacer multiplicando por 10, por 100, por 1 000 o por la potencia de 10 que corresponda para eliminar el punto decimal. Al hacerlo, se recorre el punto los espacios necesarios.



$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

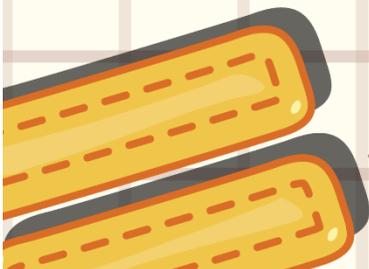


PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

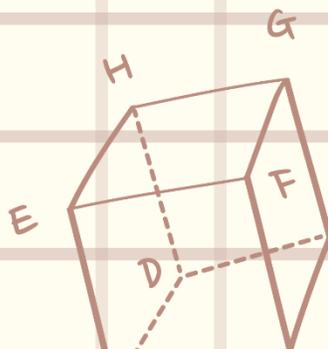


Propósito: Compararás y resolverás razones, aprenderás y comprenderás la proporcionalidad directa e inversa y calcularás valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa e inversa. Para ello, reconocerás la regla de tres y la regla de tres inversa.

$$6 = \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$



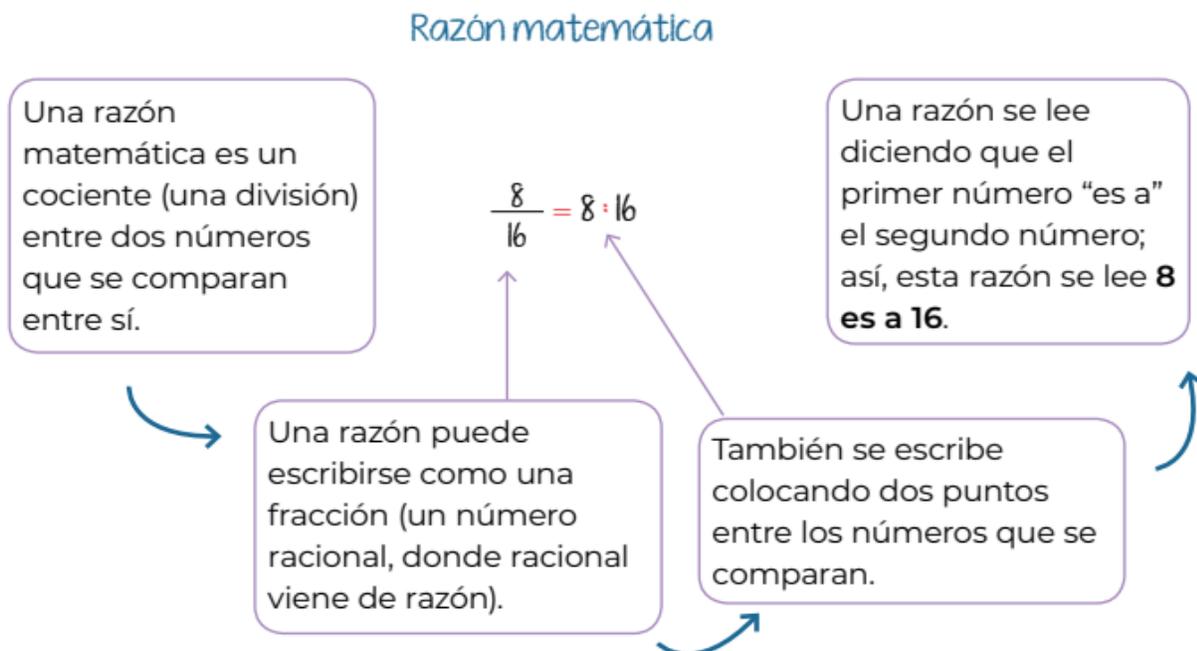
$$a(b \times c)$$

a

Secuencia 4: Proporcionalidad directa e inversa

Tema 1. Las razones y problemas asociados a ellas

Una razón matemática es una comparación entre dos cantidades, que revela cuántas veces es mayor una de ellas con respecto a la otra. Observa el siguiente esquema que muestra qué es y cómo se escribe una razón matemática.



Las razones están formadas por cantidades y cada una se nombra de diferente forma:

antecedente \rightarrow $\frac{1}{8} = 1:8$

consecuente \rightarrow

El numerador de una razón se conoce como **antecedente**.
El denominador de una razón se conoce como **consecuente**.

Tema 2. Proporcionalidad directa

Ahora que ya sabes qué es una razón matemática, es momento de reconocer otro concepto relacionado: la proporción matemática.

Una proporción matemática se expresa como la igualdad de dos razones. Por ejemplo, en esta igualdad hay una proporción porque ambas razones son equivalentes: si la primera se multiplica por 2, tanto en su numerador como en su denominador, el resultado es la segunda razón.

$$\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$$

medios
↓ ↓
 $1 \cdot 8 = 2 \cdot 16$
↑ ↑
extremos

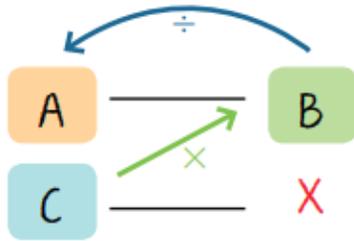
En una proporción, a los números que están en estas posiciones se les llama **extremos**.
Y a los números que están en estas otras posiciones se les llama **medios**.

Para saber si una igualdad de razones es una proporción, se multiplican entre sí los medios y también los extremos. Estos productos tienen que ser iguales tanto en medios como en extremos.

Existen dos tipos de proporcionalidad: directa e inversa. Se tiene una relación de proporcionalidad directa cuando al aumentar una cantidad, la otra también aumenta.

Tema 3. La regla de tres y su aplicación

Cuando en una relación de proporcionalidad directa se conocen tres valores y se desconoce uno, es posible calcularlo. Para hacerlo, se utiliza el método conocido como regla de tres.



Para resolver la regla de tres, multiplicamos en diagonal las cantidades conocidas y dividimos el resultado entre el tercer número conocido:

A,B,C son Números conocidos X es el numero desconocido.

Tema 4. Proporcionalidad inversa

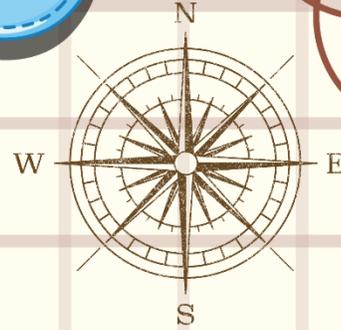
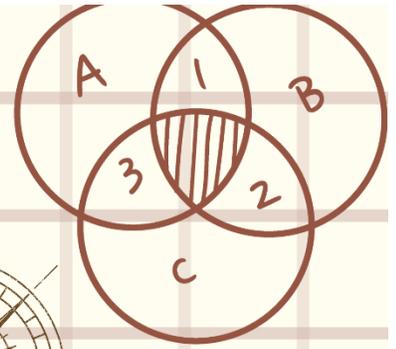
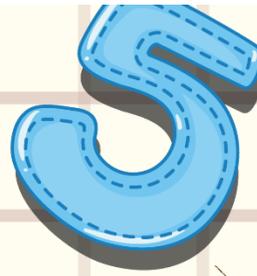
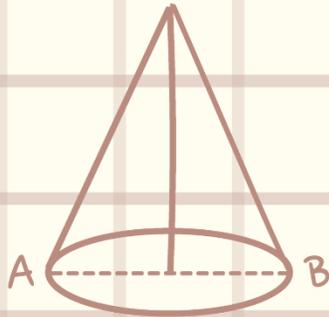
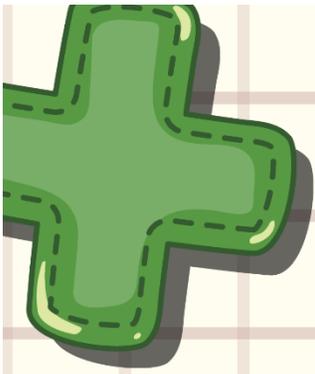
Ya conociste la proporcionalidad directa y la regla de tres para obtener un valor faltante, ahora revisa en qué consiste la proporcionalidad inversa.

Se tiene una relación de proporcionalidad inversa cuando, al aumentar una cantidad, la otra disminuye. Por ejemplo, si 2 albañiles construyen una barda en 8 días, ¿en cuántos días construirían la misma barda 4 albañiles?

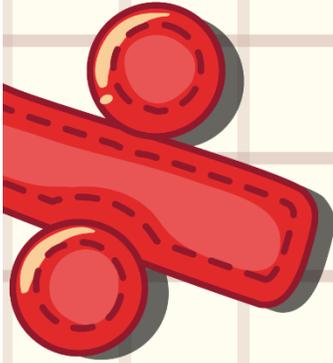
Este es un caso de proporcionalidad inversa, porque es obvio que mientras más albañiles trabajen en la construcción de la barda, menos tiempo tardarán en hacerla:

Número de albañiles	Días para construir la barda
+	-
-	+

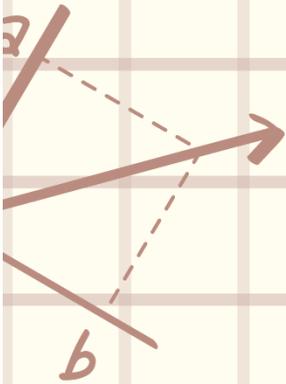




$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

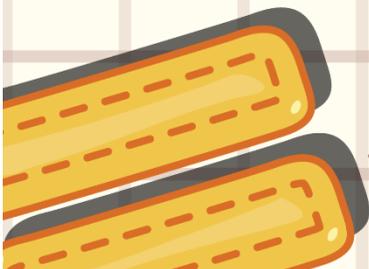


CROQUIS, PLANOS Y MAPAS PARA CONOCER UBICACIONES

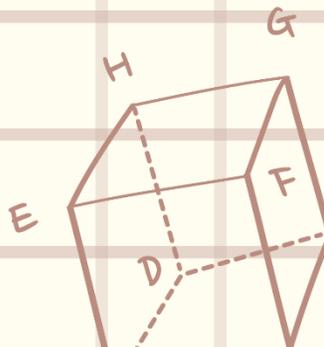


Propósito: Estudiaras las formas, el espacio y la medición, de modo que reconocerás qué son los croquis, planos y mapas; los leerás, interpretarás, harás algunos y los usarás como fuente de información.

$$6 = \frac{c \times l a}{20 T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

a

Secuencia 5: Croquis, planos y mapas para conocer ubicaciones

Tema 1. Representaciones gráficas del espacio

Las personas se las han ingeniado desde la antigüedad para inventar sistemas que les ayuden a entender, explicar y organizar la información: los números, las operaciones matemáticas y sus símbolos, las tablas y los pictogramas, entre otros ejemplos. También idearon formas para ubicar ciertos lugares, los caminos para llegar a ellos y sus características.



El **croquis** es la más sencilla y más utilizada por las personas.



El **plano** requiere conocimiento técnico para su elaboración.



El **mapa** es la más compleja de las tres porque incluye mediciones y características específicas de la superficie terrestre.

Tema 2. El croquis

De las tres representaciones gráficas que se han mencionado, los croquis son los más sencillos. Quizá te ha tocado elaborar un dibujo para explicar a alguien cómo llegar a un lugar: el centro, la escuela o tu casa. Con líneas de diferente tipo simbolizaste calles, caminos, viviendas y dibujaste alguna seña especial, como un árbol.

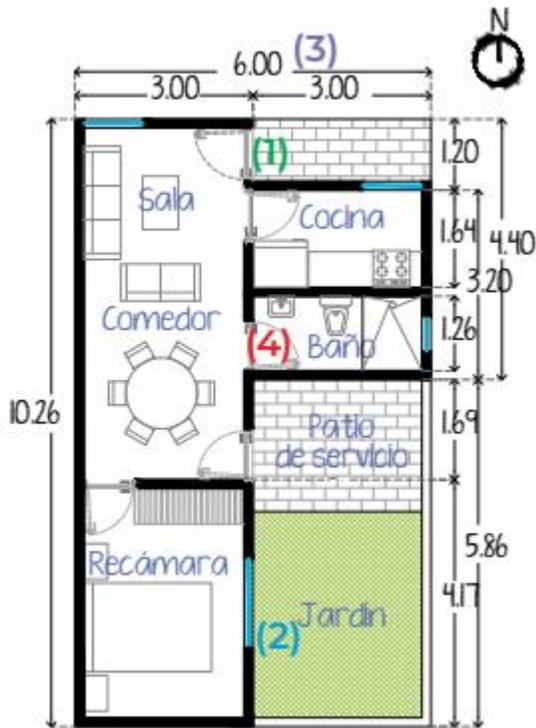
El dibujo que se hace para localizar en forma aproximada un lugar o un objeto es un croquis. Representa espacios pequeños, como una parte de la ciudad, un área de trabajo, una casa o vivienda.

Los croquis también se utilizan en los edificios, centros comerciales, escuelas y otros espacios donde sea necesario señalar a las personas las entradas y salidas, los sitios de interés y los elementos básicos del lugar.



Tema 3. El plano y sus elementos

Los planos son más elaborados porque su objetivo es mostrar lo más parecido posible el lugar que están recreando o se va a construir.



Además de la orientación hacia el Norte, que no siempre está presente en los planos, incluyen características técnicas, entre ellas:

- Medidas a escala.
- Señalamiento de lugares.
- Límites de la propiedad o sitio.
- Características específicas, como puertas, ventanas o ubicación de mobiliario.
- Nombre del autor y fecha.

Los planos utilizan los mismos símbolos para representar elementos como puertas (1), ventanas (2) y ciertos espacios, como el baño (4).

Las flechas con números son las medidas de cada pared o espacio. Por ejemplo, la señalada con (3) es el total del frente de la vivienda, que es de 6 metros.

Los planos de edificaciones permiten conocer las medidas reales de cada espacio y la medida total de la propiedad; antes de construir, posibilitan describir el proyecto para que quienes lo ejecuten conozcan las medidas de cada espacio, los límites de la propiedad y los componentes que tendrá.

Tema 4. Los mapas: elementos y simbología

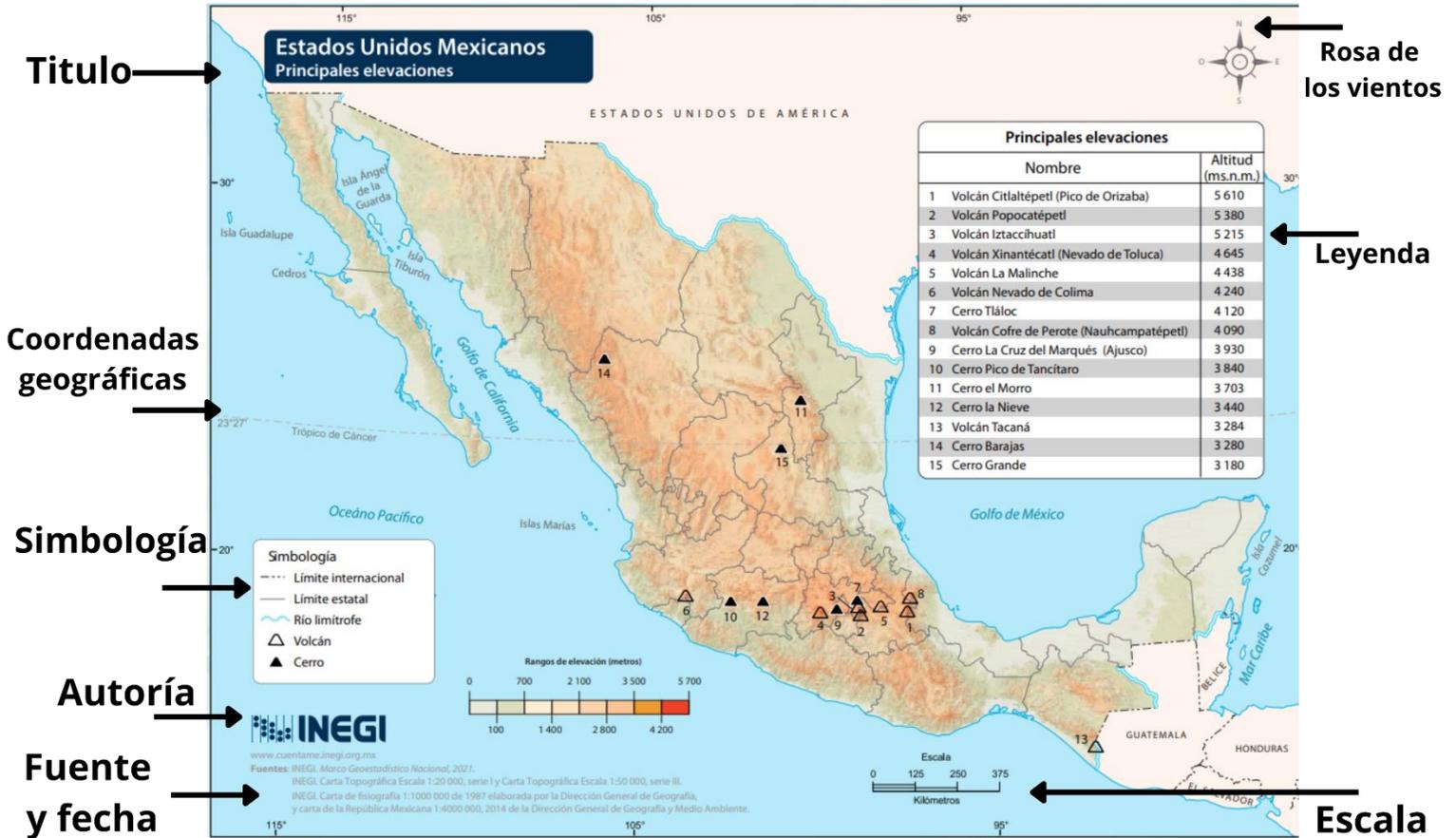
El mapa es una representación gráfica de la superficie terrestre o de una parte de esta, que muestra información resumida y general sobre sus características.

Están hechos a escala, lo que significa que en ellos están reducidas miles o millones de veces las dimensiones terrestres.

Las características principales de los mapas son las siguientes:

- ✓ Tienen una escala, que se especifica en el mismo mapa.
- ✓ Presentan cierta distorsión debido a la superficie curva y tridimensional de la Tierra reproducida en una hoja de papel, que es plana y solo tiene dos dimensiones. Por esto, en algunos puntos se alargan las distancias y en otros se acortan.
- ✓ Se elabora con una proyección cartográfica o sistema de elaboración específico, para reducir dichas distorsiones en el espacio que se desea mostrar.
- ✓ Cada mapa tiene un objetivo, puede ser mostrar elementos naturales, como elevaciones (montañas); aspectos culturales, como lenguas habladas en determinado lugar; condiciones sociales, como distribución de la riqueza; entre otros.
- ✓ Incluyen el uso de símbolos, pictogramas, colores y otros elementos de diseño para indicar las características estudiadas

ELEMENTOS QUE CONFORMAN UN MAPA



Elementos que conforman un Mapa

Título	Título Indica el hecho, fenómeno o característica que se representa en el mapa y, a veces, el año. Facilita que la persona usuaria elija el más adecuado para sus fines.
Escala	Escala Los mapas son más pequeños que la superficie que representan, pero guardan una proporción con el tamaño real. La escala indica la diferencia de tamaños. Hay diversas escalas, dependiendo del nivel de detalle que se desee analizar.

	Pueden representarse de tres formas: numérica, gráfica y como una oración corta, como se aprecia en el cuadro siguiente.
Coordenadas geográficas	Son puntos de referencia para localizar un objeto en el espacio mediante líneas verticales de polo norte a polo sur llamadas meridianos, y líneas perpendiculares a estos, que atraviesan el planeta de forma horizontal y reciben el nombre de paralelos.
Leyenda	Es un cuadro de texto que explica el contenido del mapa. Suele incluir los colores del mapa y la explicación de lo que significan.
Simbología	Los símbolos gráficos visibilizan las características de los lugares, como los elementos naturales, culturales, políticos, económicos, sociales, entre otros. Pueden estar representados por puntos, líneas, pictogramas, tramas o rellenos, figuras geométricas, flechas, letras y números.
Rosa de los vientos	Es una figura geométrica en forma de estrella que señala hacia dónde se localizan los puntos cardinales: norte, sur, este y oeste y sus subdivisiones: noreste, sureste, noroeste, suroeste. Por lo general, los mapas presentan el norte en la parte superior.
Autoría	Especifica el nombre de la persona autora o la fuente de donde se obtuvo la

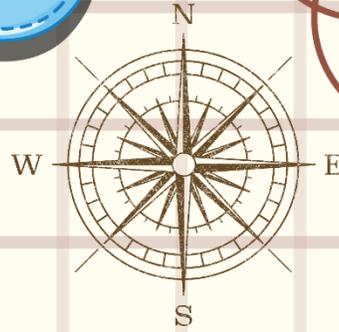
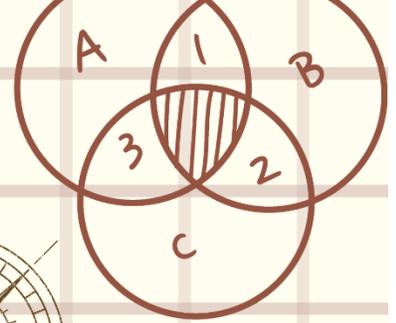
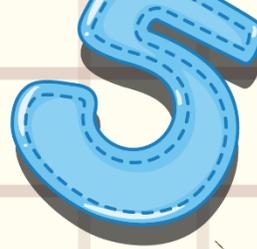
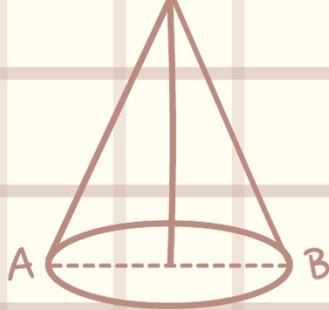
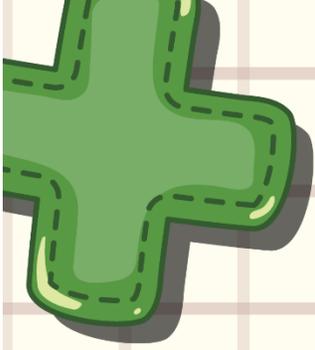
	información del mapa. En este ejemplo, la autoría y la fuente coinciden (INEGI).
--	---

Tema 5. Diseño de mapas sencillos

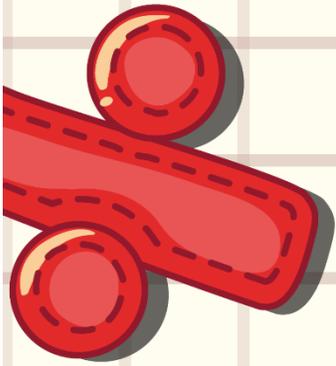
Para hacer un mapa tienes que seleccionar su tamaño de acuerdo con el tema a tratar y decidir si va a abarcar una comunidad, un estado, todo el país o el continente, para después establecer lo siguiente:

1. Título
2. Escala
3. Coordenadas geográficas
4. Leyenda
5. Simbología
6. Rosa de los vientos
7. Autoría

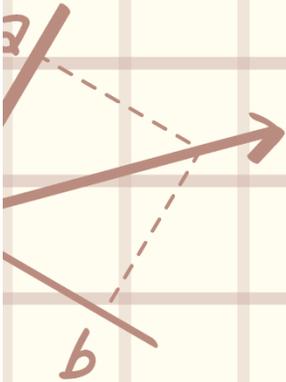
De ser necesarios para brindar toda la información necesaria en el mapa.



$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

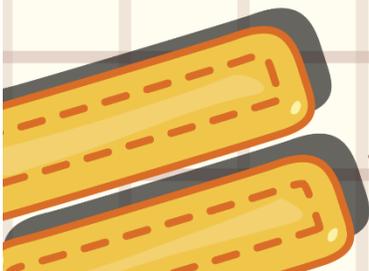


PERÍMETRO Y ÁREA DEL CUADRADO Y DEL RECTÁNGULO

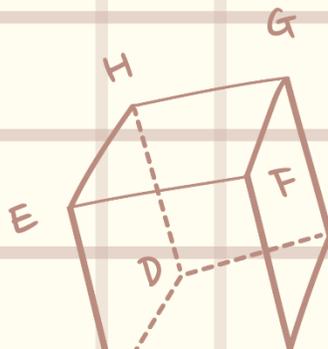


Propósito: Trabajaras con las formas, el espacio y la medición, pero ahora aplicado al estudio de cuadrados y rectángulos; por ello, los temas y ejercicios están enfocados en el reconocimiento de perímetros y áreas de estas figuras, y en la resolución de problemas relacionados con dichas características.

$$6 = \frac{c \times l a}{20 T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

Secuencia 6: Perímetro y área del cuadrado y del rectángulo

Glosario:

Área: Espacio de tierra comprendido entre ciertos límites.

Perímetro: contorno que rodea a la figura y delimita el área de la misma

Tema 1. Cálculo de perímetro del cuadrado y del rectángulo

Para calcular un perímetro, todo lo que necesitas saber es cuánto mide cada uno de los lados de la figura.

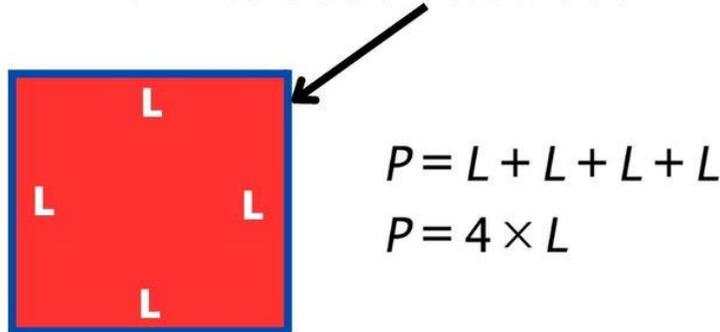
Cuando un terreno es **Cuadrado** todos sus lados son iguales, basta conocer la medida de un lado para calcular su perímetro. Por ejemplo, si un lado tiene una longitud de 2 kilómetros, el perímetro será de 8 kilómetros.

$$P = 2m + 2m + 2m + 2m \quad P = 8m$$

Otra forma de calcular el perímetro de un cuadrado es hacer con una multiplicación.

$$P = 4 \times 2m \quad P = 8m$$

Perímetro de un cuadrado



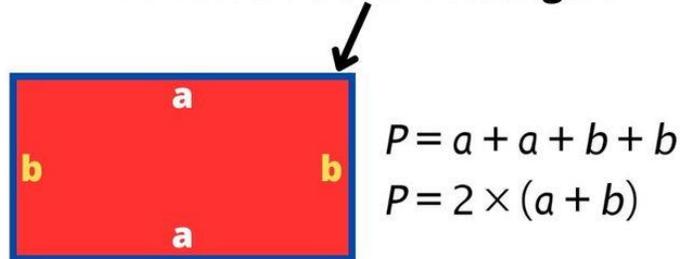
Cuando un terreno es un **Rectángulo** sus dos lados más largos son iguales y sus dos lados más cortos también iguales, basta conocer la medida de cada lado para calcular su perímetro. Por ejemplo, si un lado corto tiene una longitud de 11 y el lado largo de 14 kilómetros, el perímetro será de 50 kilómetros.

$$P = 11m + 11m + 14m + 14m \quad P = 50m$$

Otra forma de calcular el perímetro de un rectángulo es hacer con una multiplicación.

$$P = 2(11+14) \text{ o } P = 50\text{m}$$

Perímetro de un rectángulo



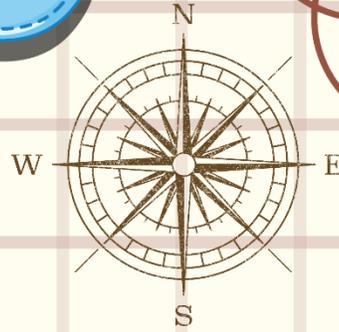
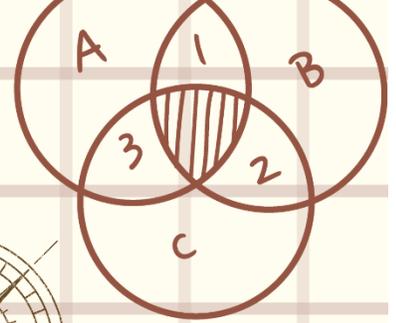
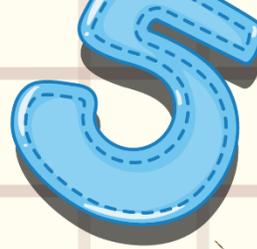
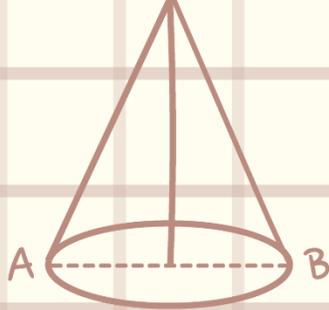
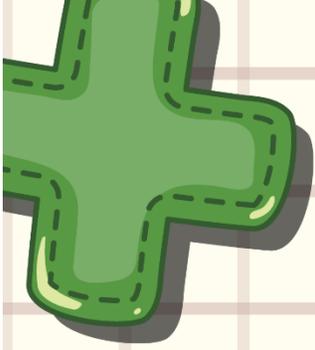
Y así es como se encuentra el perímetro de cuadrados y rectángulos.

Tema 2. Área del cuadrado y del rectángulo

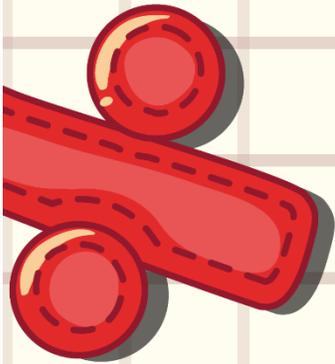
El área de una figura geométrica es toda su superficie. Suele medirse en metros, centímetros y kilómetros cuadrados, entre otras unidades. Para calcular el área de un cuadrado se necesita conocer cuánto mide un lado, mientras que para el rectángulo se requieren las medidas de la base y la altura.

Para calcular el área de un cuadrado, se multiplica lado por lado $A = L \times L$

Para calcular el área de un rectángulo multiplicamos el largo por el ancho (lado chico por lado largo) $A = B \times H$

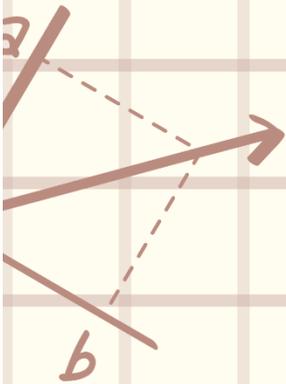


$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

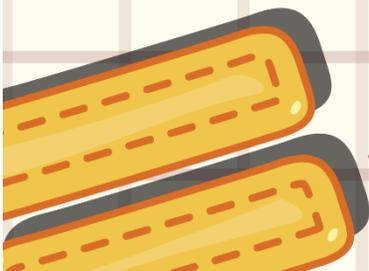


PERÍMETRO Y ÁREA DEL TRIÁNGULO Y DEL CÍRCULO

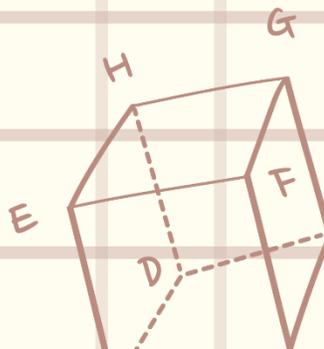
Propósito: Calcularas el perímetro y área de triángulos y círculos, así que reconocerás las fórmulas adecuadas para ello y revisarás cómo resolver problemas relacionados con estas mediciones.



$$6 = \frac{c \times h}{20T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

Secuencia 7: Perímetro y área del triángulo y del círculo

Glosario

Diámetro: es el segmento de recta que pasa por el centro y une dos puntos opuestos de una circunferencia.

Radio: es cualquier segmento que une el centro a cualquier punto de dicha circunferencia.

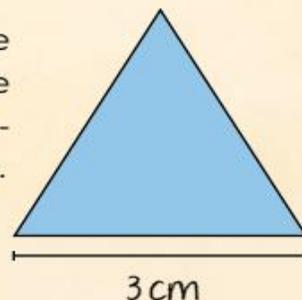
Tema 1. Cálculo del perímetro de triángulos

Ya sabes que para calcular el perímetro solo tienes que conocer la longitud de cada uno de los lados de una figura y después sumarlos. Lee ahora cómo calcular el perímetro de triángulos y círculos.

Se tienen tres tipos de triángulo, de acuerdo con el tamaño de sus lados:



Si se tiene un **triángulo equilátero** y se sabe que uno de sus lados mide 3 cm, es posible calcular el perímetro porque al conocer la medida de un lado, conoces la medida de todos.



De esta forma:

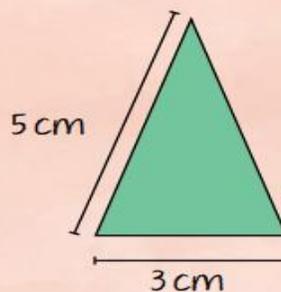
$$P = 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm}$$

$$P = 9 \text{ cm}$$

Por lo tanto, para calcular el perímetro de un triángulo equilátero solo es necesario conocer un lado, ya que todos miden lo mismo.

Observa el siguiente **triángulo isósceles**. Solo se conoce que el lado de abajo o de la base mide 3 cm y el lado izquierdo mide 5 cm.

En un triángulo isósceles, como tiene dos lados iguales y uno distinto, con conocer dos medidas puedes encontrar la longitud del lado que falta. Entonces, el perímetro es:

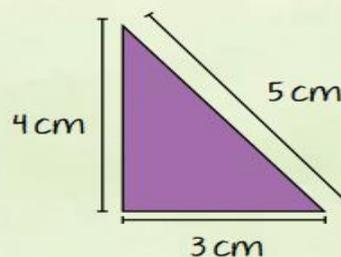


$$P = 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm}$$

$$P = 13 \text{ cm}$$

En el **triángulo escaleno** todos sus lados son diferentes.

Ya sabes que para calcular su perímetro necesitas conocer cuánto mide cada uno de sus lados. Hay otra manera de calcularlo, pero eso lo aprenderás en otro módulo.



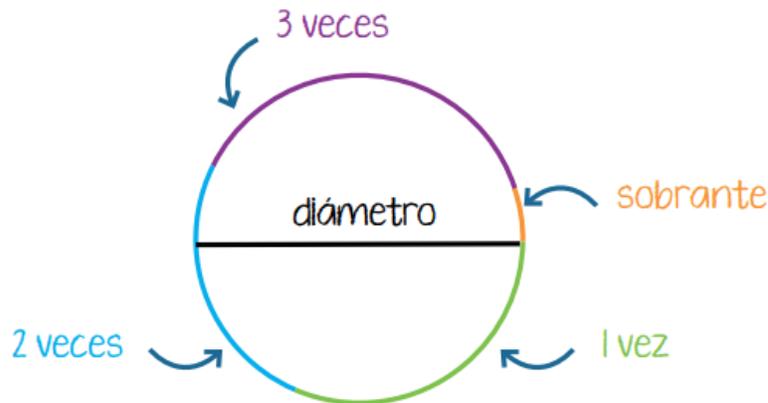
Los lados de este **triángulo escaleno** miden 3 cm, 4 cm y 5 cm. Como sabes la medida de sus lados, puedes calcular el perímetro mediante una suma:

$$P = 3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm}$$

$$P = 12 \text{ cm}$$

Tema 2. Cálculo del perímetro de círculos

Ahora vas a calcular el perímetro de un círculo. Pero antes es necesario hacer un pequeño repaso: ¿recuerdas que la constante π está definida como el número de veces que es posible colocar el diámetro en el perímetro?



La constante π (pi) está dada por:

$$\pi = \frac{\text{Perímetro del círculo}}{\text{diámetro del círculo}} = 3.14159265359$$

Como π tiene infinitud de cifras decimales, no se puede escribir todo el valor completo del número; entonces, se abrevia como 3.1416.

Ahora que ya reconociste el número π y la proporción perímetro-diámetro del círculo, observa la siguiente fórmula para calcular el perímetro:

$$P = \pi \times \text{diámetro}$$

Tema 3. Cálculo del área del triángulo

Para calcular el área de un triángulo es necesario utilizar la siguiente fórmula.

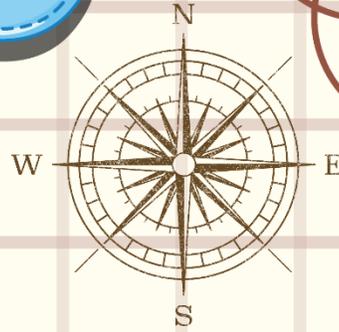
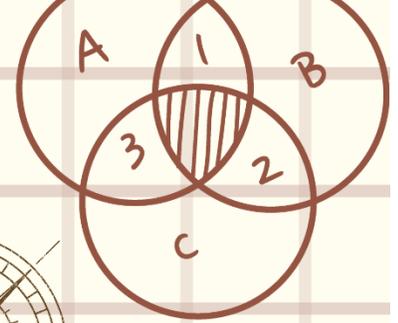
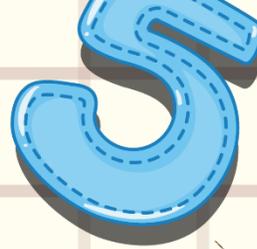
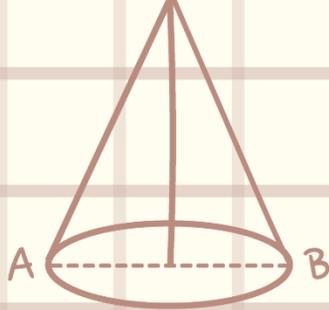
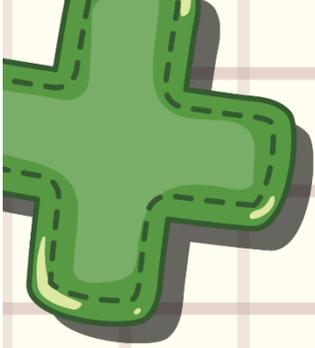
$$A = \text{base} \times \text{altura}$$

Sin embargo, hay que recordar que el área de un triángulo es la mitad del área de un rectángulo, entonces habrá que agregar a la fórmula una división entre dos para tener la fórmula del área del triángulo.

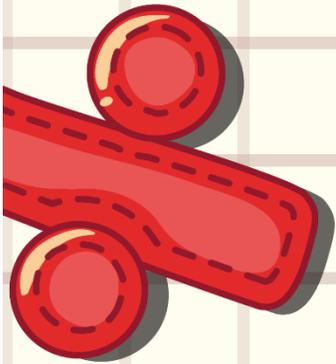
$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

Tema 4. Cálculo del área del círculo

Para calcular el área de un círculo con la siguiente fórmula: $A = \pi \times \text{radio} \times \text{radio}$ y Otra vez te servirá la constante π . Al reemplazar π por 3.1416, tenemos:

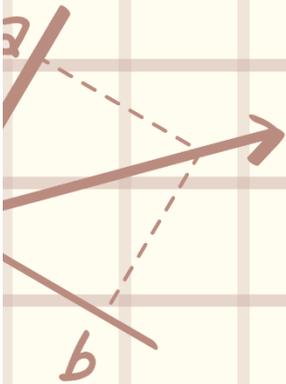


$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

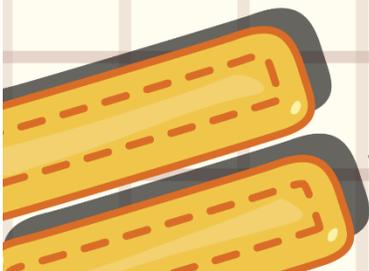


SUCESIONES DE NÚMEROS O FIGURAS ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

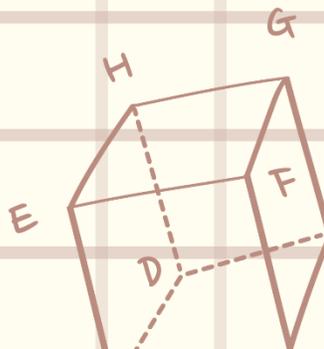
Propósito: Aprenderás a identificar una sucesión de números o figuras, a reconocer las progresiones aritméticas y geométricas y a aplicar estrategias para completarlas.



$$6 = \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$

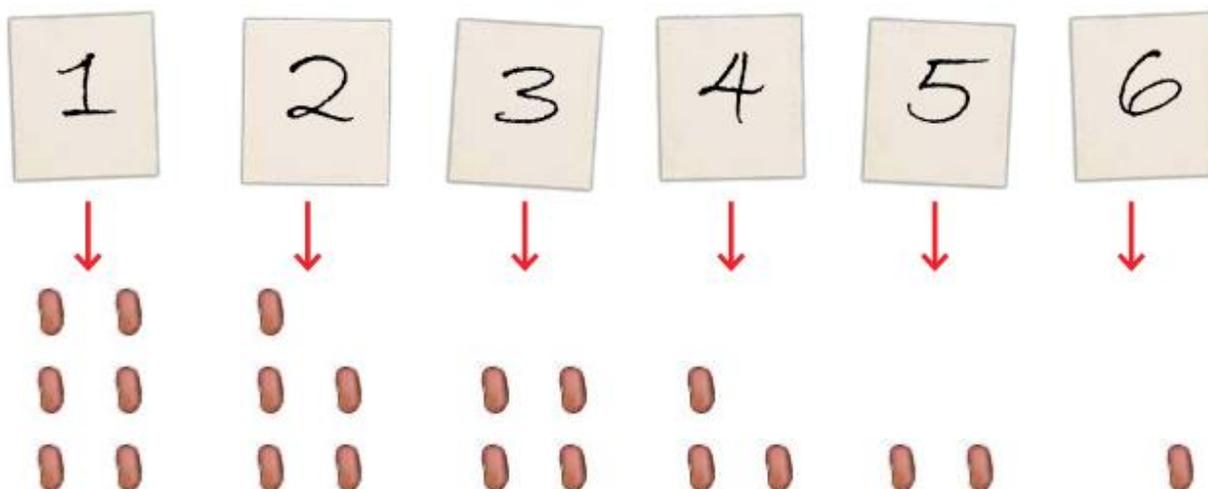


$$a(b \times c)$$

Secuencia 8: Sucesiones de números o figuras aritméticas y geométricas

Tema 1. Sucesión de números o figuras

Para comprender el tema, lee y observa los siguientes esquemas que muestran cómo identificar una sucesión de números o figuras.



Observa la imagen, cada grupo representa una sucesión porque tanto los números como las figuras se suceden, es decir, se siguen uno después del otro, incrementándose o reduciéndose de forma constante y progresiva. A la constante que se le agrega o se le quita a cada término de una progresión se le llama diferencia. Es una constante porque su valor es siempre el mismo en toda la progresión.

Tema 2. Progresiones aritmética y geométrica

Existen dos tipos de progresiones: aritmética y geométrica. Lee sus diferencias.

Progresión aritmética

En la *progresión aritmética*, la *diferencia* se le *suma* o se le *resta* a cada término para obtener el término siguiente. Por ejemplo, en esta progresión puedes ver que la diferencia entre cada término es de +3.

1, 4, 7, 10, 13, 16

+3 +3 +3 +3 +3

Diferencia = +3

Progresión geométrica

Por su parte, en la *progresión geométrica* la *diferencia* se le *multiplica* o se le *divide* a cada término para obtener el término siguiente.

Por ejemplo, en esta progresión puedes ver que la diferencia entre cada término equivale a multiplicarlo por 2 (también se escribe $\times 2$).

3, 6, 12, 24, 48, 96

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

Diferencia = $\times 2$

Tema 3. Estrategias para completar las progresiones aritméticas y geométricas

Existen estrategias para completar las progresiones aritméticas y geométricas, te presentamos algunas a continuación.

Si se tiene:



¿Cuál es el número que sigue? _____

Compara el primer término con el segundo, para saber si la progresión **crece o decrece**. En este caso vemos que:

$$61 < 65 \text{ (61 es menor que 65).}$$

Lo que significa que la progresión va creciendo. Confirma revisando que suceda lo mismo con las otras cantidades.

Estrategia 1

Como la progresión va **creciendo**, la diferencia proviene de una **suma** o de una **multiplicación** a cada uno de los términos.

Estrategia 2

Si la progresión fuera **decreciendo**, la diferencia provendría de una **resta** o de una **división**. En este caso, como ya se encontró que la progresión crece, no se aplica esta estrategia.

Encuentra la diferencia de la progresión.

Estrategia 3

Para encontrar la diferencia **se aplican las operaciones contrarias** a los términos sucesivos de la progresión.



Como aquí la progresión **crece**, la **diferencia** proviene de una **suma** o **multiplicación**.

Aplicamos las operaciones contrarias, que son la **resta** y la **división**, a los términos sucesivos.

Primero se aplica la **resta**:

$$69 - 65 = 4$$

$$65 - 61 = 4$$

Estrategia 4

En ambos casos el resultado es el mismo, que es la diferencia entre ambas cantidades. En este caso, la diferencia proviene de una **suma** y es igual a **4**, por lo tanto, la diferencia es igual a **+4**.

Estrategia 5

Si el resultado no es el mismo aplicando una de las operaciones contrarias, en este caso la resta, se procede a aplicar la otra operación contraria a los términos consecutivos, en este caso la división, y es de esperar que los resultados sean iguales, siendo ese resultado la diferencia.

Como en este caso sí se obtuvo el mismo resultado al restar las dos cantidades, ya no es necesario aplicar esta estrategia.

Estrategia 6

Nota que si se tienen resultados iguales al aplicar los pasos anteriores, la diferencia en la progresión proviene de la operación contraria. Es decir:

Si la diferencia se obtuvo	La operación para obtener el número faltante en la progresión es
Restando	La suma
Dividiendo	La multiplicación
Sumando	La resta
Multiplicando	La división

Encontrar el término faltante.



Estrategia 7

Para encontrar el término faltante, se aplica la diferencia de la progresión al último término de la misma.

En este caso la diferencia es de +4 y estamos buscando el número que sigue en la progresión; por lo tanto, a 69 le sumamos 4:

$$69 + 4 = 73$$

Y así sabemos que sigue el número 73.

61 65 69 73

Estrategia 8

Cuando se busca el número que va antes del primer término, se aplica la diferencia con su operación contraria. Por ejemplo:

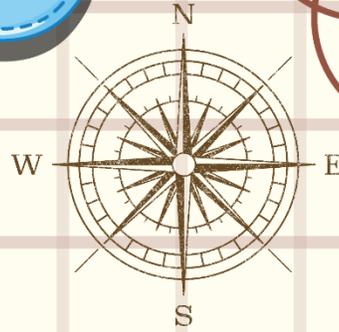
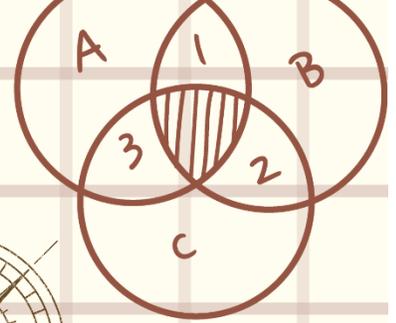
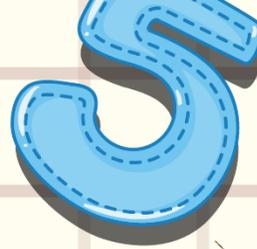
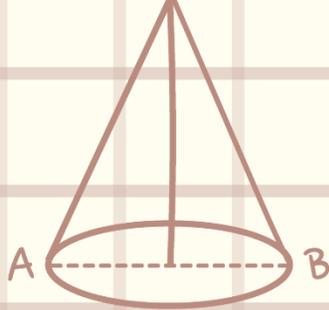
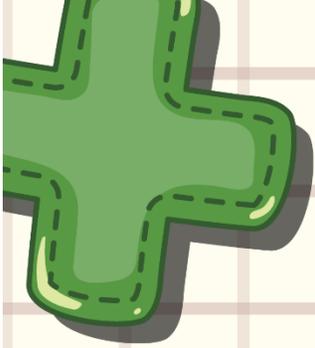
¿Qué número va antes del 61 en la misma progresión?

□ 61 65 69 73

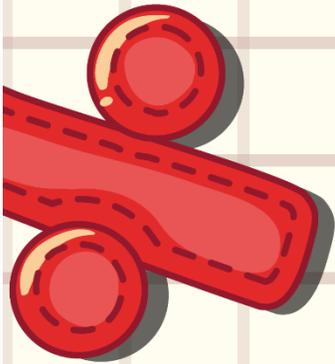
Como en este caso la diferencia es de +4, para encontrar el número que va antes del 61 aplicamos la diferencia expresada como -4.

De este modo: $61 - 4 = 57$

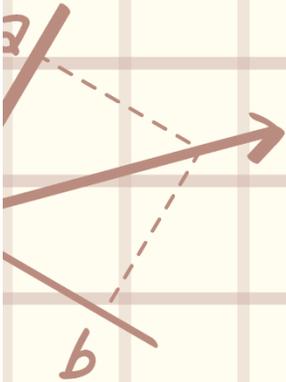
57 61 65 69 73



$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

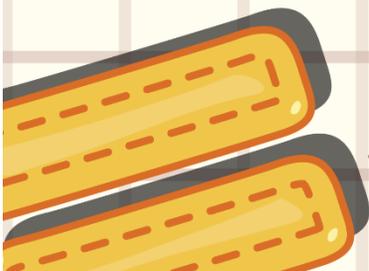


GRÁFICAS CIRCULARES

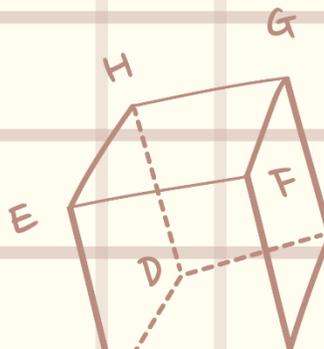


Propósito: reconocerás los gráficos estadísticos en general, sus características y aprenderás a describir gráficos circulares.

$$6 = \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

Secuencia 9: Gráficas circulares

Tema 1. El gráfico estadístico y los elementos que lo conforman

Una forma de representar la información con imágenes es mediante gráficos estadísticos, que son una representación visual de un conjunto de datos con el fin de compararlos entre sí. Por lo tanto, los gráficos tienen el objetivo de presentar la información estadística de manera confiable.

a) Los gráficos estadísticos:

- Describen, resumen y analizan la información estadística.
- Son una herramienta para el análisis de los datos.
- Complementan las tablas de información.
- Reemplazan las tablas de datos porque son más fáciles de visualizar y comprender.
- También son conocidos como diagramas.

Esta forma más sencilla de presentar la información es muy utilizada por las instituciones, empresas, medios de comunicación, personas científicas; en resumen, por quienes formulan datos cuantitativos y desean darlos a conocer.

b) Tipos de gráficos. Hay variedad de gráficos, cada uno con características que lo hacen más adecuado para visualizar determinados datos y que apoyan mejor su análisis.

Circulares



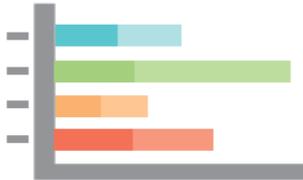
Barras



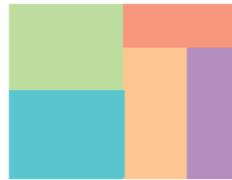
Líneas



Áreas apiladas



Rectángulos



Pirámide o embudo



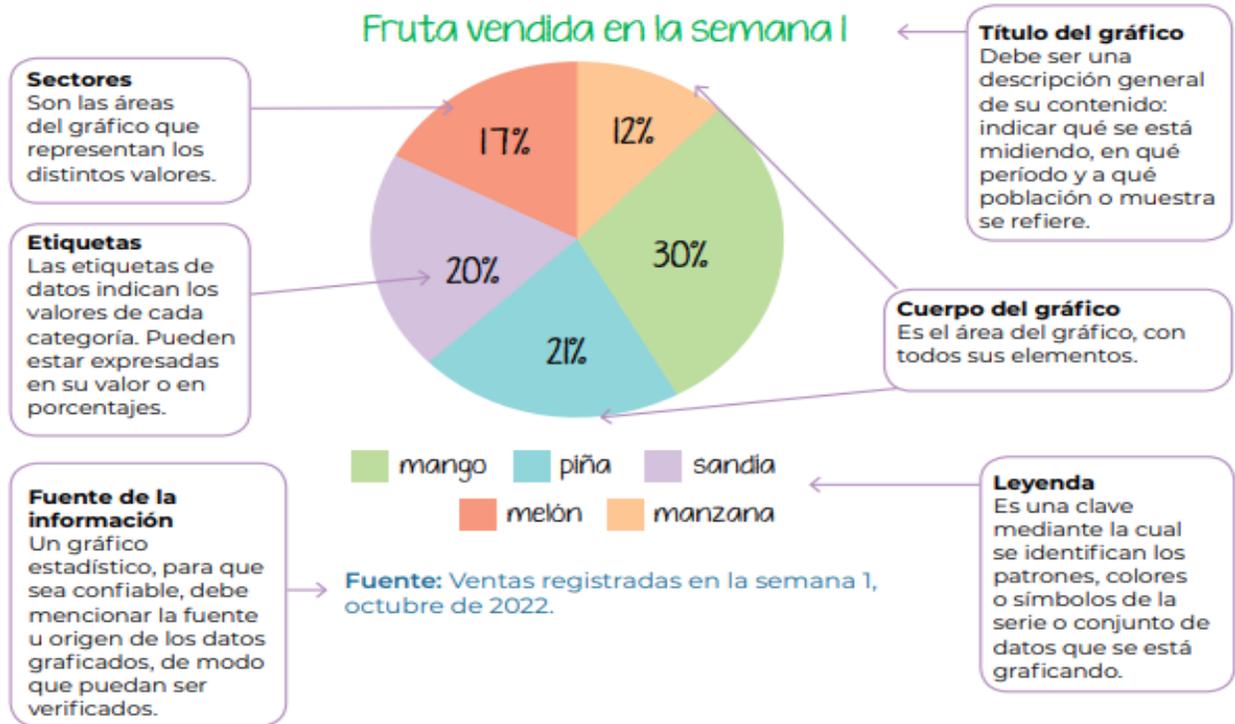
Cada uno ha sido diseñado para exponer ciertas características de los datos. En esta secuencia profundizarás en el conocimiento del gráfico circular, también conocido como gráfico de pastel.

c) Elementos de un gráfico. A pesar de sus diferencias, los diversos tipos de gráficos tienen elementos en común que deben ser considerados para construirlos o analizarlos:

- Título
- Los datos que se van a graficar
- Cuerpo del gráfico
- Sectores o categorías
- Etiquetas
- Leyenda
- Fuente de la información

Para que te des una idea de estos elementos y su distribución en un diagrama, tomemos el ejemplo del negocio de venta de fruta picada de Cristina y Jorge. Ellos habían registrado la fruta que les compraron la primera semana en su negocio y resumido sus

resultados en una tabla con pictogramas; después hicieron un gráfico circular, que se muestra a continuación.



Tema 2. Las gráficas circulares y sus características

Las gráficas circulares se dividen en varias partes y cada una de ellas representa el valor de un conjunto entero de datos. El tamaño de cada parte es proporcional a un valor entero o total y recibe el nombre de sector.

El gráfico entero representa el todo y cada sector las partes en que se divide o fracciona ese todo. Es decir, así como divides un pastel en rebanadas, también repartes el gráfico circular; por esta semejanza, también se le conoce como gráfica de pastel.

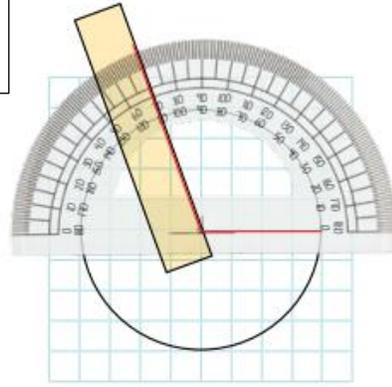
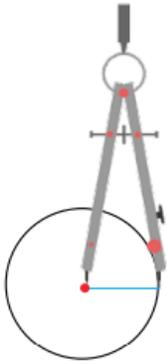
Su principal ventaja es que permiten identificar más rápido y de forma visual las partes en que se divide un total.

Para determinar los grados en una gráfica tipo pastel, debemos multiplicar la frecuencia por 360 grados y después dividir por el número total de datos de la frecuencia.

Para elaborar la grafica se procede de la siguiente manera.

1. Trazaron con el compás un círculo del tamaño de una hoja de papel.
2. Trazaron los ángulos en el círculo con ayuda de un transportador y una regla.

Trazaron con el compás un círculo del tamaño de una hoja de papel.

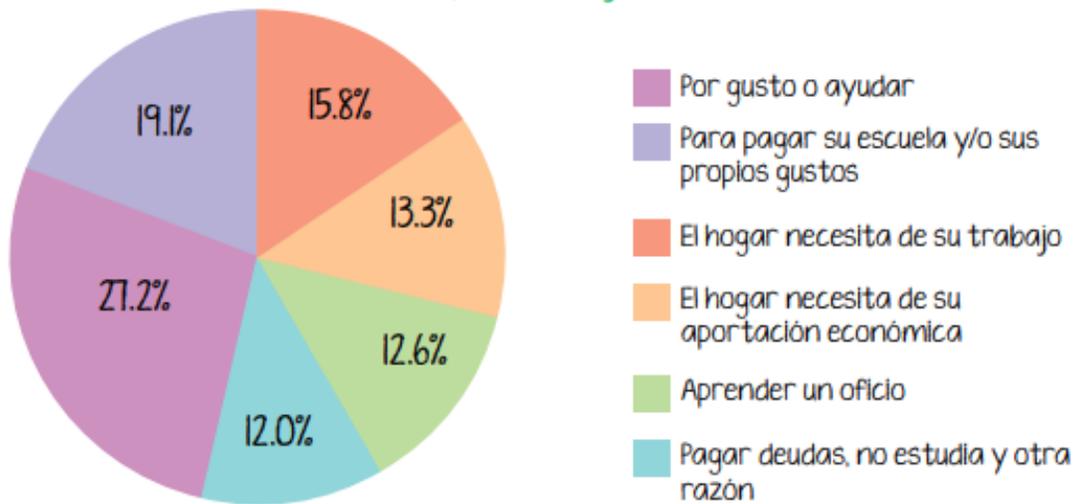


Tema 3. Recolección y descripción de gráficas circulares

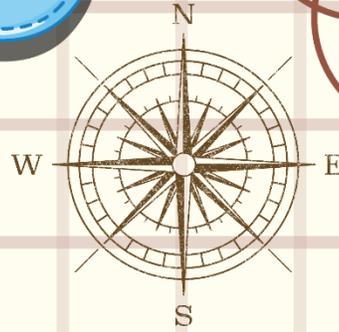
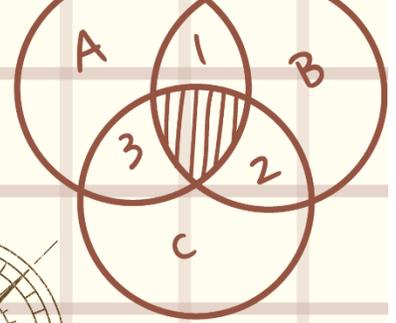
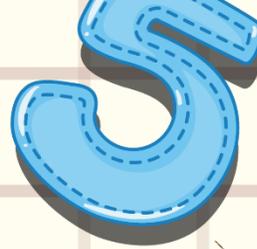
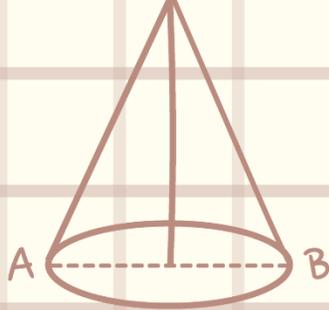
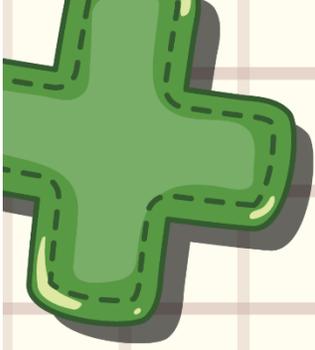
Ya que conoces las gráficas circulares o de pastel, puedes buscarlas en distintas fuentes confiables y practicar su descripción e interpretación. Aunque estas gráficas son muy populares debido a que son muy vistosas y fáciles de comprender, no siempre resultan adecuadas para describir todos los conjuntos de datos.

Es más común que encuentres otro tipo de gráficos en las fuentes confiables de información. Algunas instituciones, como el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (**INEGI**), utilizan las gráficas de pastel en publicaciones o páginas de internet dirigidas al público en general, para simplificar la información estadística y hacerla más fácil de comprender.

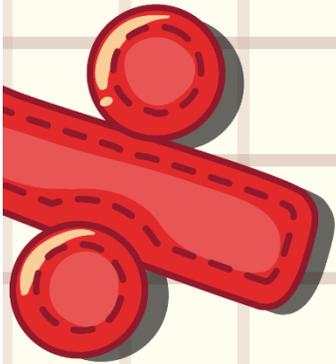
Motivos por los que trabajan 2019 (porcentajes)



Fuente: INEGI, *Encuesta Nacional de Trabajo Infantil (ENTI) 2019*.

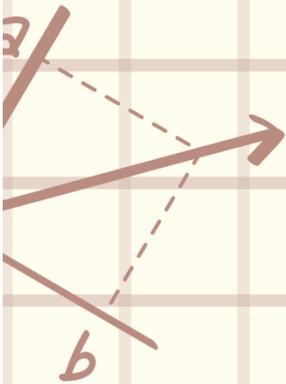


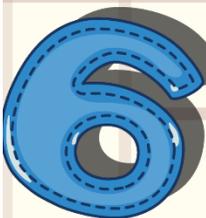
$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

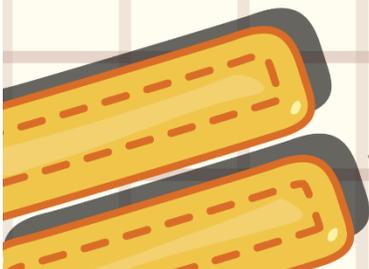


MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: LA MEDIA ARITMÉTICA

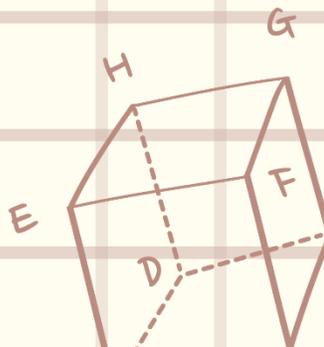
Propósito: Conocerás las medidas de tendencia central y su utilidad para el estudio de un conjunto de datos, identificarás el promedio o media aritmética y resolverás problemas con esta medida.




$$= \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

Secuencia 10: Medidas de tendencia central: la media aritmética

Tema 1. Medidas de tendencia central

Hay varias formas de resumir este conjunto de datos para que sea más breve su explicación, entre ellas se encuentran las medidas de tendencia central.

Las más utilizadas son:

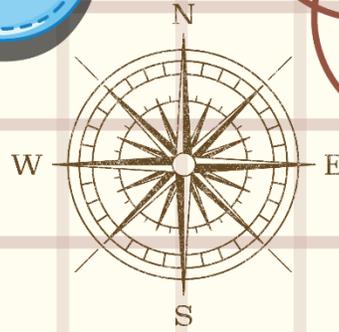
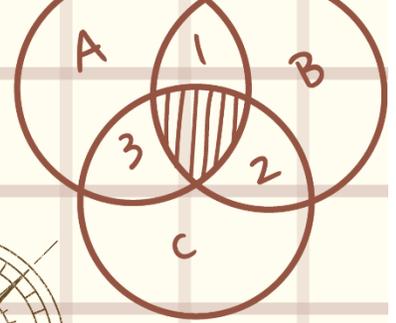
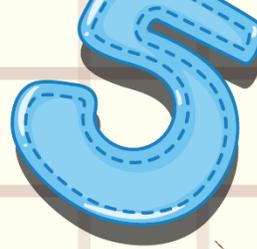
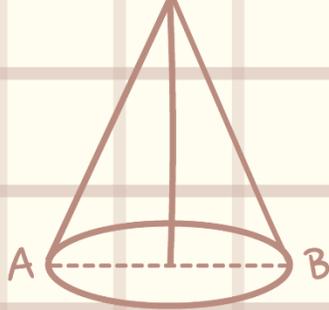
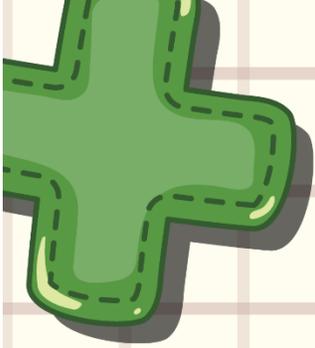
- ✓ **Media Aritmética**
- ✓ **Mediana**
- ✓ **Moda.**

Tema 2. El promedio o media aritmética

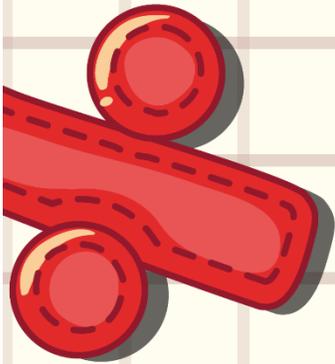
El promedio también es conocido como media aritmética, es un valor que resume todos los datos de un conjunto y se simboliza de la siguiente manera:

Para calcularlo, se suman todos los valores del conjunto de datos y se dividen entre el número de valores que se tienen. La fórmula es la siguiente:

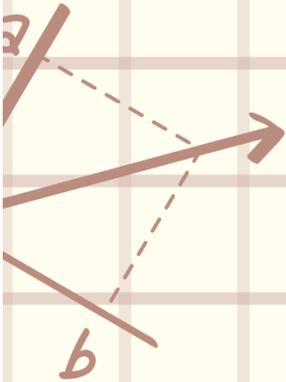
$$= \frac{\textit{suma de todos los valores del conjunto de datos}}{\textit{número de valores}}$$



$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

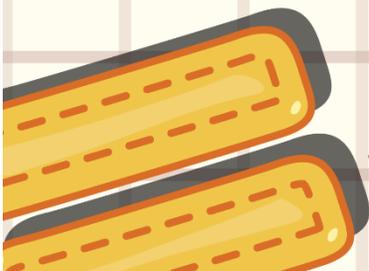


MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: LA MEDIANA Y LA MODA

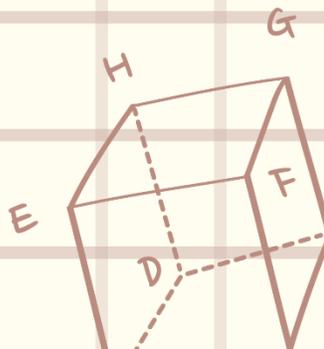


Propósito: Aprenderás acerca del comportamiento de un conjunto de datos, comprenderás el uso e interpretación de otras dos medidas de tendencia central, como son la mediana y la moda, y además resolverás problemas que involucran a ambas .


$$= \frac{c \times 12}{20T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

Secuencia 11: Medidas de tendencia central: la mediana y la moda

Tema 1. La mediana de un conjunto de datos

La mediana es también una medida representativa de un conjunto de datos. Esta no se calcula por medio de una fórmula, sino que se obtiene de manera directa del conjunto de datos.

La mediana es, en sí, el dato que se encuentra en medio de un conjunto de datos que fue ordenado de manera ascendente.

Por ejemplo, en el siguiente conjunto:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

El número **5** se encuentra en la quinta posición; en sí, es el dato que se encuentra a la mitad del conjunto ordenado. Por lo tanto, es llamado **mediana**.

El ejemplo anterior es para cuando se tiene un conjunto con un número impar de datos. Si se agrega un dato más:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Se tienen dos números intermedios en vez de uno. En este caso, para conocer la mediana se calcula la media o el promedio entre ambos:

$$\frac{5+6}{2} = 5.5$$

Primero se suman 5 + 6 y el resultado es 11, número que al dividirse entre 2 da como resultado 5.5. La mediana del conjunto es el número 5.5.

Tema 2. La moda de un conjunto de datos

Comúnmente se utiliza la palabra moda para referirse a algún comportamiento o tendencia actual; por ejemplo, el uso de algún tipo de prenda de ropa, el género de

música más escuchado, el lugar de reunión más visitado, entre otras, porque son los favoritos.

En un conjunto de datos, se le llama moda al dato más repetido.

9, 6, 5, 2, 7, 8, 1, 6, 9, 5, 4, 8, 5, 3

Para reconocer el dato más mencionado, se cuentan cuántos datos hay de cada tipo:

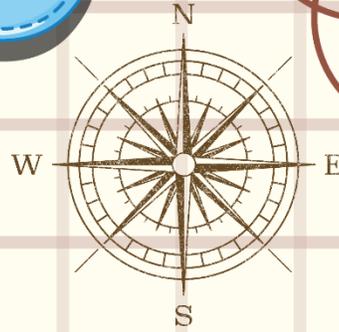
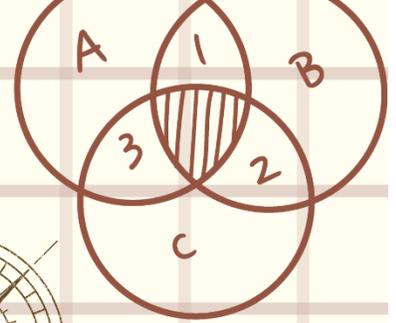
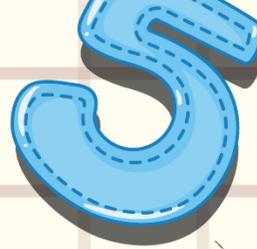
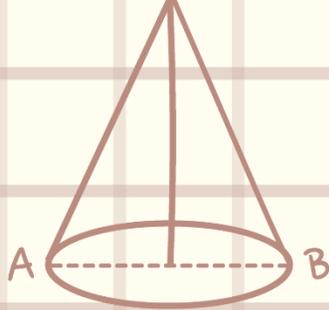
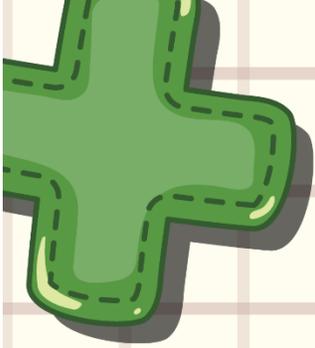
Datos	Número de veces que se encuentra en el conjunto
1	1 vez
2	1 vez
3	1 vez
4	1 vez
5	3 veces
6	1 vez
7	1 vez
8	2 veces
9	2 veces

Por lo tanto, la moda es el número 5.

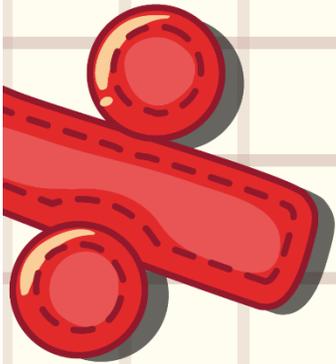
Para obtener la moda no es necesario que el conjunto de datos se encuentre ordenado solo deben contarse las veces que se repiten las diferentes cantidades.

Nota: cuando dos o más números se repiten la misma cantidad de veces, sus modas serán estos datos.

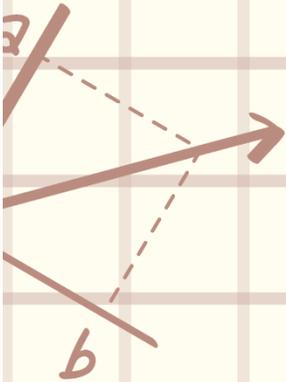
Por ejemplo, en el conjunto de datos {14, 19, 22, 22, 26, 27, 29, 33, 44, 55, 55}, los números 22 y 55 se repiten dos veces, esto quiere decir que su moda será el 22 y el 55.



$$B + \sqrt{B^2 + 4AC + D}$$

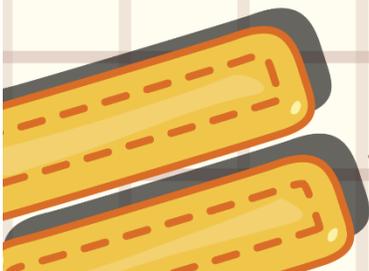


MEDIDAS DE DISPERSIÓN: RANGO Y DESVIACIÓN MEDIA

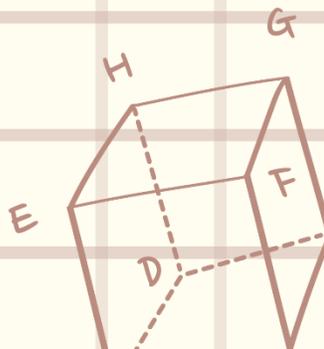


Propósito: Conocerás las medidas de dispersión y su utilidad para el estudio de un conjunto de datos estadísticos, ya que proporcionan conocimiento adicional acerca de la forma como se comportan estos datos.

$$6 = \frac{c \times l a}{20 T}$$



$$y = x^2$$



$$a(b \times c)$$

Secuencia 12: Medidas de dispersión: rango y desviación media

Tema 1. Las medidas de dispersión

En las secuencias anteriores aprendiste las medidas de tendencia central, que son la media aritmética, la moda y la mediana. Estas te dicen cómo se comportan los datos en promedio, es decir, tratan de resumir los datos en uno que los represente

Las medidas de dispersión te indican qué tanto son diferentes los datos entre sí. Al utilizar ambos tipos de medidas puedes describir mejor tu conjunto de datos.

Tema 2. El rango

El rango es una medida de dispersión que muestra la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo del conjunto de datos que se estudia

Ejemplo. Hay dos casas, en cada una de ellas habitan nueve personas. Se ha promediado el peso de las habitantes de cada una y resulta que en ambas el peso promedio es de 66.33 kg.

¿Qué opinas tú? ¿Las personas que viven en la casa 1 deben tener pesos similares a las que viven en la casa 2? Podría ser que no. Los pesos de quienes habitan las casas se encuentran en las siguientes tablas:



En la primera casa, las personas tienen pesos cercanos, mientras que en la segunda casa el peso más pequeño es de 20 kg y el más grande es 95 kg.

De hecho, el rango, es decir, la diferencia entre el peso más pequeño y el más grande en la primera casa, es de: $74 \text{ kg} - 57 \text{ kg} = 17 \text{ kg}$

Mientras que en la segunda casa el rango es de: $95 \text{ kg} - 20 \text{ kg} = 75 \text{ kg}$

¡Qué diferentes son los pesos de quienes habitan estas casas, aun cuando los **promedios** de los pesos son iguales!

Tema 3. La desviación media

La desviación media es el promedio de qué tan distantes están los datos de la media, es decir, del centro.

Ejemplo. Considera las temperaturas promedio de diez meses en un estado del centro de la República, como se muestra en la tabla.

Se quiere saber cuánto varía la temperatura de acuerdo con el mes.

Mes	Temperatura
Ene	2.7 °C
Feb	4 °C
Mar	7 °C
Abr	9 °C
May	11.2 °C
Jun	13.1 °C
Jul	12.9 °C
Ago	12.4 °C
Sep	12.4 °C
Oct	10 °C

Los datos se ordenan:

2.7 4 7 9 10 11.2 12.4 12.4 12.9 13.1

Después, hay que promediarlos:

$$\text{Promedio} = \frac{2.7+4+7+9+10+11.2+12.4+12.4+12.9+13.1}{10}$$

El siguiente paso es elaborar una tabla.

Temperatura	Promedio	Diferencia de Temperatura
2.7	9.47	6.77
4	9.47	5.47
7	9.47	2.47
9	9.47	0.47
10	9.47	0.53
11.2	9.47	1.73
12.4	9.47	2.93
12.4	9.47	2.93
12.9	9.47	3.43
13.1	9.47	3.63

Y procedemos a sacar la diferencia entre temperatura. Luego sacamos el promedio de la diferencia de temperatura

$$\text{desviación media} = \frac{6.77 + 5.47 + 2.47 + 0.47 + 0.53 + 1.73 + 2.93 + 2.93 + 3.43 + 3.63}{10} = 3.036$$

Y quiere decir que los datos están separados entre sí, en promedio, por 3.036° C.

En resumen, los conjuntos de datos en ocasiones pueden parecer muy semejantes entre sí al utilizar solamente las medidas de tendencia central para describirlos, ya que estas los resumen en un solo valor que tiende a igualarlos.

Formativa.

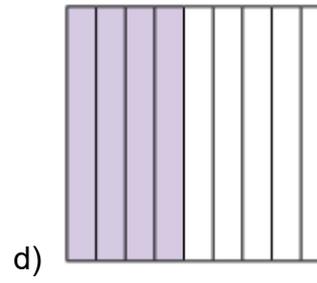
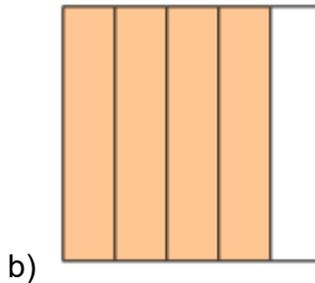
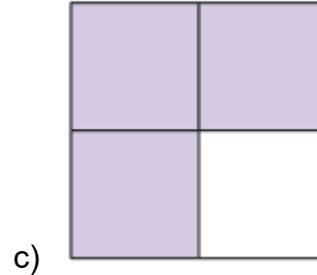
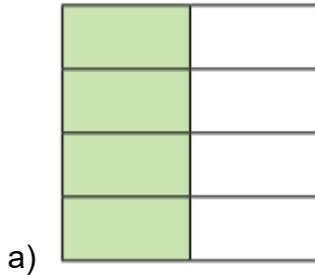
Seleccione la respuesta correcta.

1. ¿En qué caso se está utilizando una fracción?
 - a) Cuando utilizas un cuarto de cartulina para dibujar.
 - b) Al caminar 800 pasos hasta el parque.
 - c) Si eliges usar la bicicleta en lugar del transporte público.
 - d) Cuando llenas tu vaso de agua.

2. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{1}{2}$ taza de arroz?
 - a) $\frac{2}{3}$ de taza
 - b) $\frac{1}{4}$ de taza
 - c) $\frac{2}{2}$ de taza
 - d) $\frac{2}{4}$ de taza

3. ¿Cuál fracción equivale a 0?5?
 - a) $\frac{2}{3}$
 - b) $\frac{1}{4}$
 - c) $\frac{1}{2}$
 - d) $\frac{3}{4}$

4. Selecciona el dibujo que representa cuatro novenos



5. Contesta lo siguiente considerando si es verdadero o falso

a) Para convertir una fracción en decimal se divide su numerador entre su denominador.

- V ()
- F ()

b) Para restar dos fracciones, se necesita que la fracción sustraendo sea mayor que la fracción minuendo.

- V ()
- F ()

c) En la resta de números decimales, el resultado no lleva punto decimal.

- V ()
- F ()

d) El mínimo común múltiplo (m.c.m.) se determina mediante los factores primos de los denominadores

V ()

F ()

e) Dos fracciones se pueden multiplicar sin importar si tienen igual o distinto denominador.

V ()

F ()

f) El método de los productos cruzados permite calcular la multiplicación de fracciones.

V ()

F ()

g) En la multiplicación de números decimales, el producto no lleva punto decimal.

V ()

F ()

h) Antes de dividir dos números decimales, es necesario quitar el punto decimal al divisor.

V ()

F ()

6. Resuelve las siguientes operaciones con fracciones.

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} =$

d) $\frac{9}{10} - \frac{12}{15} =$

g) $\frac{7}{5} \times \frac{13}{4} =$

b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$

e) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} =$

h) $\frac{4}{8} \div \frac{2}{4} =$

c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

f) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} =$

i) $\frac{10}{12} \div \frac{5}{15} =$

7. Resuelve las siguientes operaciones con decimales

a) $12.5 + 6.4$

e) $212.5 \div 100$

b) $5.940 + 35.016$

f) $250.6 \div 10$

c) $25.05 - 14.95$

g) 12.5×5

d) $9.42 - 5.042$

h) 72.45×1.75

8. Resuelve los siguientes problemas de proporcionalidad directa o inversa

a) Al llegar al hotel nos han dado un mapa con los lugares de interés de la ciudad, y nos dijeron que 5 centímetros del mapa representaban 600 metros de la realidad. Hoy queremos ir a un parque que se encuentra a 8 centímetros del hotel en el mapa. ¿A qué distancia del hotel se encuentra este parque?

b) Ayer 2 camiones transportaron una mercancía desde el puerto hasta el almacén. Hoy 3 camiones, iguales a los de ayer, tendrán que hacer 6 viajes para transportar la misma cantidad de mercancía del almacén al centro comercial. ¿Cuántos viajes tuvieron que hacer ayer los camiones?

c) 3 pintores tardan 12 días en pintar una casa. ¿Cuánto tardarán 9 pintores en hacer el mismo trabajo?

d) En una granja, 20 patos tardan 10 días en comer el alimento que hay guardado. ¿Cuánto tiempo tardarán 40 patos en terminar el alimento?

9. Responde las siguientes preguntas

a) ¿Cuáles son las características de un croquis?

b) ¿Cuáles son las características de un plano?

c) ¿Cuáles son las características de un mapa?

10. Resuelve los siguientes problemas de área y perímetro

a) Laura tiene un terreno cercado de 8 metros de frente por 8 de largo, si ella quiere pintar la cercade color blanco.

¿Cuantos metros de cerca tendrá que pintar?

¿Cuál es el área del terreno en el que van a pintar?

b) Juan es el dueño de una casa que tiene un terreno de 12 metros de largo y 6 metros de frente. Si Juan tiene la intención de demoler la casa.

¿Cuál es el área del terreno que tendrá?

Si Juan tiene que cercar el terreno ¿Cuántos metros de malla va a necesitar para cercarlo?

c) Josefina corre todas las mañanas alrededor de una laguna circular. Si el diámetro de la laguna mide 8 m y ella da una vuelta entera.

¿Cuántos metros corre diariamente?

¿Cuál es el área de la laguna en la que Laura corre?

d) Luis y Daniel son dos hermanos que recibieron un terreno como herencia de su abuelo, el terreno mide 8 metros de frente por 15 metros de largo, si la división del terreno se hizo de forma diagonal.

¿Cuántos metros de área tiene cada terreno?

¿Cuánto medirá todo el contorno del terreno?

e) Pako quiere construir una piscina circular en la parte trasera de su casa, para ello contrato a un albañil de su confianza. Si el terreno para construir la piscina mide 30m de Diámetro.

¿Cuánto metros tendrá Área tendrá la piscina?

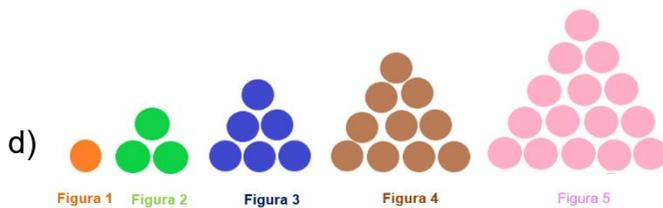
¿Cuál será la medida de la Circunferencia de la Piscina?

11. Hallar el término general de las siguientes sucesiones para el término 6, 7 y 8.

a) 8, 3, -2, -7, -12...

b) 3, 6, 12, 24, 48...

c) 4, 9, 16, 25, 36, 49...



12. Trabajemos para compartir información con graficas circulares.

a) En una clase de 24 alumnos se hace una encuesta preguntando a qué dedican su tiempo de ocio. Las respuestas se reflejan en el siguiente diagrama de sectores. Completa la siguiente tabla:

Hobby	Alumnos	Grados
Lectura	4	
Otros	2	
Deporte	5	
Televisión	13	
Total	24	

b) Dibuja la grafica que representa la tabla.

